
République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Ferhat Abbas Sétif (Algérie)



THESE

Présentée à la faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département d'Optique et de Mécanique de Précision
Pour l'obtention du Diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité: Optique et Mécanique de Précision

Par

HAMADOU ABDELOUAHAB

THEME

Etude Physique des Lasers à Semiconducteurs :
Cas des Lasers à Cascades Quantiques

Soutenu le : /27 /05/2010

Devant le jury composé de:

Bouafia Mohamed	Pr.	UFAS	Président
Lamari Saadi	Pr.	UFAS	Rapporteur
Djabi Smail	M.C.A.	UFAS	Examinateur
Diaf Madjid	Pr.	UBMA	Examinateur
Nouiri Abdelkader	Pr.	UOB	Examinateur
Choutri Hassina	M.C.A.	CUBBA	Examinatrice

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier très sincèrement Monsieur Saadi Lamari, Professeur de Physique à l'Université de Sétif, qui m'a dirigé tout au long de ce travail avec beaucoup d'enthousiasme et de compétence. J'ai beaucoup apprécié son soutien et sa patience durant ce long chemin.

Je remercie également le Professeur Bouafia Mohamed du Département d'Optique et de Mécanique de Précision de me faire l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Mes vifs remerciements vont aussi à Messieurs Diaf Madjid, Professeur à l'Université de Annaba, et Nouiri Abdelkader, Professeur à l'Université de Oum el Bouaghi, pour avoir accepté de juger ce travail en qualité d'examineurs.

Je veux aussi remercier Monsieur Djabi Smail, Maître de Conférence à l'Université de Sétif, et Mme Choutri Hassina, Maître de Conférence à l'Université Bordj Bou Arreridj, d'accepter de faire partie du jury d'examen de cette thèse.

Comme je remercie aussi très sincèrement Monsieur Jean-Luc Thobel, Chargé de Recherche au CNRS à l'Université de Lille1, pour m'avoir accueilli à l'Institut d'Electronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie (IEMN) de l'Université de Lille dans le cadre de mon stage de perfectionnement de courte durée au cours duquel j'ai beaucoup appris suite aux différentes discussions que j'ai eu le privilège d'avoir avec les différents membres de son groupe.

Messieurs T. Sadi et François Dessenne de l'IEMN sont également remerciés avec gratitude respectivement pour avoir lu et critiqué avant publication, mon travail publié dans Optics Communications (Elsevier), et mis à ma disposition un ordinateur.

Les Professeurs S. Höfling de Technische Physik, Universität Würzburg, Germany et Schrottke de Paul-Drude-Institut für Festkörperelektronik, Hausvogteiplatz Berlin, Germany, trouvent ici également l'expression de ma grande gratitude pour avoir répondu à certaines de mes questions.

Je suis aussi très obligé envers les familles Hamadou et Bourouba de France pour leur aide matérielle, particulièrement ressentie.

Enfin, je remercie ma femme pour le soutien qu'elle m'a toujours apporté au quotidien et de façon constante et qui a beaucoup contribué à l'aboutissement de ce travail.

Table des matières

Introduction générale.....	ix
-----------------------------------	-----------

CHAPITRE 1: GENERALITES SUR LES LASERS A CASCADES QUANTIQUES

1.1 Le domaine infrarouge moyen	2
1.1.1 Qu'est-ce que le domaine infrarouge moyen ?	2
1.1.2 Applications	3
1.2 Sources optiques dans l'infrarouge moyen	4
1.2.1 Lasers à gaz carbonique.....	4
1.2.2 Lasers à électrons libres (LEL).....	4
1.2.3 Lasers à cascade interbandes (LCI).....	5
1.2.4 Lasers à cascades quantiques (CQ).....	6
1.3 Hétérostructures semiconductrices.....	7
1.3.1 Hétérojonctions, puits quantiques et super-réseaux.....	7
1.3.2 Etats électroniques dans les hétérostructures.....	9
1.3.2.1 Cas d'un puits quantique rectangulaire.....	11
1.3.2.2 Cas d'un puits quantique soumis à l'effet d'un champ électrique.....	12
1.3.3 Densité d'états.....	14
1.4 Propriétés optiques des hétérostructures à semiconducteurs.....	16
1.4.1 Règle d'or de Fermi.....	16
1.4.2 Transitions radiatives.....	17
1.4.3 Force d'oscillateur.....	18
1.4.4 Transitions non radiatives.....	20
1.5 Les lasers inter-sousbandes.....	21
1.5.1 Laser à fontaine quantique.....	25
1.5.2 Laser à cascade quantique.....	27
1.5.2.1 Principe fondamental.....	27
1.5.2.2 Structure générale d'un laser à cascade quantique.....	29
1.5.2.2.1 La zone active.....	29

1.5.2.2.2 La zone d'injection/extraction.....	32
1.5.2.2.3 Le guide d'onde.....	33
1.5.2.3 Les techniques de croissance.....	34
1.6 Propriétés de transport des porteurs dans les lasers à cascades quantiques.....	35
1.7 Conclusion.....	36

CHAPITRE 2: MODELISATION THERMIQUE DES LASERS A CASCADES QUANTIQUES EMETTANT DANS L'INFRAROUGE MOYEN

2.1 Introduction.....	38
2.2 Structure de la bande de conduction du laser à CQ étudié.....	39
2.3 Equations du bilan d'un laser à CQ émettant dans l'infrarouge moyen.....	42
2.4 Modélisation thermique du terme d'élargissement (FWHM).....	48
2.5 Modélisation thermique des temps de transition non radiative.....	51
2.5.1 Transition 2 vers 1.....	52
2.5.2 Transition 3 vers 2.....	52
2.5.3 Transition 3 vers 1.....	53
2.5.4 Durée de vie du niveau 3.....	53
2.6 Solutions stationnaires	55
2.6.1 Population des niveaux 3 et 2.....	55
2.6.2 Inversion de population inter-sousbandes.....	56
2.6.3 Densité du courant de seuil.....	58
2.6.4 Nombre de photons.....	61
2.7 Gain modal.....	61
2.8 Puissance optique émise.....	65
2.9 Conclusion.....	70

CHAPITRE 3: MODELISATION DYNAMIQUE DES LASERS A CASCADES QUANTIQUES EMETTANT DANS L'INFRAROUGE MOYEN

3.1 Introduction.....	72
3.2 Equations du bilan revisités.....	73
3.3 Régime stationnaire.....	75
3.3.1 Calcul de l'inversion de population inter-sousbandes	75
3.3.2 Calcul du nombre de photons.....	78
3.3.3 Calcul des populations au dessous du seuil.....	80
3.3.3.1 Population du niveau 3.....	80
3.3.3.2 Population du niveau 2.....	81
3.3.3.3 Population du niveau 1.....	81
3.3.4 Calcul des populations au dessus du seuil.....	81
3.3.4.1 Population du niveau 3.....	81
3.3.4.2 Population du niveau 2.....	83
3.3.4.3 Population du niveau 1.....	83
3.3.5 Récapitulatif des expressions analytiques.....	83
3.4 Etude dynamique.....	86
3.4.1 Analyse numérique.....	86
3.4.1.1 Evolution temporelle du nombre d'électrons.....	86
3.4.1.2 Evolution temporelle du nombre de photons et de l'inversion de population	89
3.4.2 Approche analytique.....	92
3.4.2.1 Calcul du temps de retard.....	92
3.4.2.1.1 Calcul du temps d'amorçage (Turn-on delay time).....	92
3.4.2.1.2 Estimation du temps d'accroissement $\Delta t_{10\%}$ (buildup time) ...	97
3.5 Conclusion.....	102
Conclusion générale.....	103
Bibliographie.....	106
Annexes.....	114
Annexe A : Traitement numérique du système (3.1).....	115
Annexe B : Traitement numérique de l'équation (3.69).....	118
Autre étude en relation avec les lasers à CQ non présentée dans cette thèse.....	120

Calcul des niveaux d'énergie et des fonctions enveloppes d'un système à trois puits
quantiques couplés asymétrique 121

Liste des publications et des communications129

Glossaire.....130

Résumé

Liste des figures

Chapitre 1

1.1	Vue d'ensemble des radiations électromagnétiques.....	3
1.2	Structure de bandes de la zone active d'un laser à cascade interbande (LCI) proposé par Meyer <i>et al.</i> [Meyer 96] en GaSb/AlSb/InAs.....	5
1.3	Profil de la bande de conduction d'un laser à CQ.....	6
1.4	Energie de bande interdite et paramètre de maille de semiconducteurs.....	7
1.5	Schéma de bande pour une structure à puits quantiques multiples (a) et un super-réseau (b).....	8
1.6	Système de plusieurs puits quantiques de 60 Å de largeur couplés entre eux grâce à de fines barrières de 10 Å. Ce système forme deux mini-bandes d'énergie (zones en gris) et un mini-gap (zone claire), les courbes montrent les fonctions d'ondes correspondantes.....	9
1.7	Illustration d'un puits quantique symétrique en GaAs/AlGaAs avec les niveaux d'énergie ainsi que les fonctions enveloppes.....	11
1.8	Illustration d'un puits quantique identique à celui de la figure 1.7 mais sous champ électrique avec les niveaux d'énergie ainsi que les fonctions enveloppes.....	14
1.9	Densité d'états d'un matériau massif (3D), d'un puits quantique (2D), d'un fil quantique (1D) et d'une boîte quantique (0D).....	16
1.10	Energie des deux premiers niveaux du puits en fonction du vecteur d'onde dans le plan.....	17
1.11	Illustration d'un puits quantique infini en GaAs/AlGaAs avec les niveaux d'énergie ainsi que les fonctions enveloppes.....	19
1.12	Représentation schématique de l'amplification par le procédé de Kazarinov et Suris.....	22
1.13	Résumé de la chronologie des différentes conceptions des lasers à CQ.....	25
1.14	Profil du potentiel en bande de conduction des puits quantiques suivant la direction de croissance.....	26
1.15	Représentation schématique d'une transition radiative interbandes (a) et inter-sousbandes (b) dans un puits quantique.....	27
1.16	Représentation schématique du phénomène de cascade dans un laser à CQ.....	28
1.17	Représentation schématique de principe de fonctionnement d'un laser à CQ.....	29
1.18	A gauche, structure de bandes d'une période des zones actives de quelques lasers CQ.(a) : à 2 puits couplés à transition verticale, (b) : à 3 puits couplés à transition diagonale, (c) : à 3 puits couplés à transition verticale, (d) : à super-réseau, (e) : à double résonance de phonons, (f) : bound-to-continuum. A droite, puissance émise pour différentes températures et tension de fonctionnement.....	32
1.19	Profil de la bande de conduction d'une portion de structure d'un laser à CQ. Divers canaux de transport du courant sont indiqués par des flèches.....	36

Chapitre 2

2.1	Structure de la bande de conduction et les fonctions enveloppes d'un étage du laser à CQ conçu par Page <i>et al.</i> [Page01].	40
2.2	Diagramme d'énergie de la zone active d'un étage d'un laser à CQ. Modèle à trois niveaux d'énergie.....	42
2.3	Structure de bandes de GaAs d'après [Chelikowski 76] (a) et de AlAs d'après [Huang 85] (b)..	46
2.4	Caractéristiques champ électrique en fonction de la densité du courant pour un laser à CQ à 33 % en Al (a) et un laser à CQ à 45 % en Al (b) à 77 et 300 K avec et sans transition vers les vallées X.....	47
2.5	Variation du nombre de phonons LO en fonction de la température pour différents matériaux semiconducteurs.....	50
2.6	Variation du terme d'élargissement en fonction de la température.....	50
2.7	Variation des temps de transition non radiative des électrons dans les niveaux laser en fonction de la température.....	54
2.8	Variation de la durée de vie du niveau 3 en fonction de la température.....	55
2.9	Variation de l'inversion de population en cavité froide en fonction de la température pour différents courant d'injection.....	58
2.10	Densité du courant de seuil en fonction de la température.....	60
2.11	Calcul du gain modal non saturé relatif $G_M^{(0)}(T)/G_M^{(0)}(77)$ avec et sans émission thermo-ionique.....	64
2.12	Gain modal non saturé relatif $G_M^{(0)}(T)/G_M^{(0)}(77)$ en fonction de l'efficacité d'injection η	64
2.13	Efficacité radiative en fonction de la température pour différentes efficacités d'injection.....	68
2.14	Efficacité radiative η_r en fonction de l'efficacité d'injection η à température cryogénique et à température ambiante.....	68
2.15	Puissance optique émise calculée par facette en fonction du courant d'injection d'un laser à CQ de section 1mm x 34 μ m à plusieurs températures avec $\eta = 1$	69

Chapitre 3

3.1	Nombre d'électrons dans les niveaux 3, 2 et 1 de la zone active d'une période, et le nombre de photons dans la cavité du laser à CQ en fonction de la densité du courant d'injection.....	85
3.2	Evolution temporelle du nombre d'électrons dans les niveaux laser pour $J < J_{th}$	87
3.3	Evolution temporelle du nombre d'électrons dans les niveaux laser pour $J > J_{th}$	88
3.4	Evolution temporelle de nombre de photons pour $J = 2.5J_{th}$ et à différents facteurs d'émission spontanée	90
3.5	Evolution temporelle de l'inversion de population normalisée par rapport à sa valeur au seuil (traits en tirés) et du nombre de photons normalisé par rapport à sa valeur de saturation (traits plein). Aussi montrés sur la même figure les temps d'amorçage (turn-on delay time) t_{th} et d'accroissement du nombre de photons dans la cavité (buildup time) Δt	91
3.6	Temps d'amorçage (turn-on delay time) t_{th} en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil.....	95
3.7	Visualisation sur la courbe de l'évolution temporelle de l'inversion de population normalisée par rapport à sa valeur au seuil, des différentes positions du temps d'amorçage t_{th} en fonction de la densité du courant avec $\beta = 2 \times 10^{-3}$ [Yamanishi 08] et $\tau_{out} = 1$ ps [Iotti 05]. En encart, le temps d'amorçage en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil tirés graphiquement à partir de la même figure (cercles de la figure).....	96
3.8	Temps d'amorçage (turn-on delay time) t_{th} en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil. Les résultats obtenus à l'aide de la relation (3.69) sont représentés en traits pleins. Les cercles rouges sont tirés graphiquement à partir de l'évolution temporelle de l'inversion de population (figure 3.7).....	97
3.9	Temps d'accroissement (buildup time) $\Delta t_{10\%}$ en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil pour différentes valeur du facteur d'émission spontanée.....	100
3.10	Evolution temporelle du nombre de photons réduit pour différente densité du courant.....	100
3.11	Temps d'accroissement (buildup time) $\Delta t_{10\%}$ en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil. Les résultats obtenus analytiquement à l'aide de la relation (3.83) sont représentés en traits pleins. Les cercles rouges sont tirés graphiquement à partir de l'évolution temporelle du nombre de photons (figure 3.10).....	101

Liste des tableaux

1.1: Valeurs des différents paramètres dans GaAs/AlGaAs.....	21
2.1: Paramètres utilisés dans nos simulations du laser à CQ	41
3.1: Récapitulatif des expressions analytiques.....	84
3.2: Récapitulatif des résultats numériques.....	84

Introduction générale

Depuis la première observation il y a plus de trente huit ans de l'existence de mini-bandes d'énergie dans les super-réseaux, par Esaki et Tsu [Esaki 70], les lasers à cascades quantiques (CQ), inventés en 1994 [Faist 94], font l'objet d'un effort considérable de recherche et de développement au plan mondial. Cet effort concerne à la fois les matériaux potentiellement utilisables, l'ingénierie de bandes, la modélisation de l'ensemble du composant, mais aussi l'efficacité et la production en masse de ces composants.

Les lasers à CQ sont des sources permettant l'émission de lumière cohérente dans l'infrarouge sur une plage très importante de longueur d'onde (3-300) μm . Ils sont construits à partir d'hétérostructures semiconductrices, succession de couches de différents matériaux, dont le nombre, la nature et les dimensions sont spécifiquement choisis pour une longueur d'onde donnée.

Contrairement aux lasers interbandes, qui mettent en jeu des recombinaisons interbandes, recombinaison d'électrons et de trous à travers la bande interdite du matériau semiconducteur, les lasers à CQ exploitent des transitions radiatives intrabandes s'effectuant entre différents niveaux quantiques dans la bande de conduction.

Dans le domaine 5 à 12 μm , les lasers à CQ se sont imposés comme l'unique solution pour produire des lasers de puissance ($\sim 1\text{W}$) de grande longueur d'onde sans système cryogénique. La température de fonctionnement est en effet un problème clé pour les lasers à CQ, dont les performances se dégradent toujours lorsque la température augmente.

Depuis leur première démonstration dans les systèmes InGaAs/AlInAs [Faist 94] et AlGaAs/GaAs [Sirtori 98a], plusieurs publications explorant expérimentalement [Page 01], [Pflügl 03], [Green 03], [Page 04], [Diehl 06], [Höfling 06] et [Wittmann 08a] et théoriquement [Ortiz 03], [Höfling 06], [Tavish 06] et [Evans 06] l'effet de température sur la performance des lasers à CQ sont apparues. Ces études sont employées pour améliorer la conception des dispositifs avec une densité du courant de seuil réduite et une grande puissance de sortie.

Dans les lasers à CQ le temps de retard joue un rôle important qui détermine en partie la performance de la source, en particulier, il cause un bruit d'intensité induit par l'émission spontanée dans la puissance optique émise [Liu 97]. Egalement important pour le fonctionnement du laser à CQ est le temps d'amorçage, temps nécessaire pour que le laser atteigne le seuil d'oscillation. Ce temps dépend des temps de transition non radiative et du courant d'injection.

Le fonctionnement d'un laser nécessite d'une part une zone active réalisant l'amplification optique et d'autre part un résonateur jouant le rôle de la cavité optique. Dans un premier temps les efforts des scientifiques ont surtout porté sur la conception des hétérostructures constituant la zone active. Cependant il s'est avéré clairement que la partie résonateur est tout aussi importante et particulièrement délicate à optimiser dans la gamme infrarouge.

Le système d'équations du bilan [Harrison 01] décrit correctement la zone active mais ignore la partie optique. Ce système nous a permis de prédire les performances de ces composants en régime statique, en terme de puissance et d'efficacité, mais aussi d'analyser les comportements dynamiques qui ont jusqu'à présent été très peu étudiés dans ces lasers.

Dans cette thèse, nous faisons dans un premier temps une introduction du domaine infrarouge moyen et après avoir présenté brièvement l'intérêt des sources émettant dans cet intervalle ainsi que les différents types de lasers fonctionnant dans cette gamme spectrale, nous présentons le principe de fonctionnement des lasers inter-sousbandes, et les différentes structures proposées pour augmenter leurs performances.

Les nombreuses méthodes de calcul des niveaux d'énergie et des fonctions enveloppes sont également présentées et dans le reste du chapitre, nous citons les différents canaux de transport qui dégradent les performances des lasers à CQ.

Le deuxième chapitre présente un modèle théorique basé sur les équations du bilan prenant en compte la dépendance en température des différents paramètres laser ainsi que l'effet thermo-ionique. Nous commençons par exposer la structure laser à CQ étudié par H. Page *et al.* [Page 01] et après avoir déterminé quels sont les mécanismes prédominants dans le processus d'émission dans la gamme de l'infrarouge moyen, nous étudions leur impact sur

les performances d'un tel laser. Ces effets sont étudiés de manière théorique puis les résultats sont confrontés à l'expérience.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation dynamique des lasers à CQ émettant dans l'infrarouge moyen. Pour cela, nous reprenons le système d'équations du laser à CQ traité dans le chapitre 2, en considérant cette fois l'équation de population du niveau 1 ainsi que l'émission spontanée. Les équations d'évolution du bilan permettent non seulement d'atteindre les caractéristiques stationnaires du laser, mais aussi ses propriétés dynamiques. En les modifiant, nous allons voir comment obtenir les solutions analytiques des différents paramètres dynamiques.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale qui résume nos résultats les plus saillants.

Dans les annexes, sont étudiés la méthode itérative de Runge-Kutta pour le traitement numérique du système (3.1) et la méthode itérative de Newton pour le traitement numérique de l'équation (3.69).

En ce qui concerne la bibliographie nous nous sommes limités à indiquer les ouvrages et les articles les plus importants.

Chapitre 1

Chapitre 1

Généralités sur les lasers à cascades quantiques

1.1 Le domaine infrarouge moyen

1.1.1 Qu'est-ce que le domaine infrarouge moyen ?

Le domaine infrarouge moyen est la partie du spectre électromagnétique située entre l'infrarouge proche et l'infrarouge lointain [Choi 04]. D'un point de vue fréquentiel, il s'étend de 15 à 150 THz¹, en longueur d'onde cela correspond à l'intervalle compris entre 2 à 20 μm et l'énergie d'un photon d'une onde dans cette gamme se situe entre 62 à 620 meV. Pour plus de détails la figure 1.1 dresse une vue globale du spectre électromagnétique est incluse ci-dessous.

Le spectre électromagnétique est séparé en zones de manière assez arbitraire, et souvent avec comme référence le domaine visible. Chaque zone connaît actuellement un fort développement axé en particulier sur la réalisation d'applications destinées au grand public.

Pour le domaine des rayons X, on peut citer par exemple la radiographie médicale X [Pathe 49]. Quant au domaine UV il a donné lieu au développement de la photochimie [Courtot 72], de la lithographie [Burn 06] et au développement de matériaux filtrant les UV, utilisés dans les lunettes de soleil et les crèmes solaires [Zhenguo 05]. De son côté le domaine IR a vu l'explosion de systèmes de commandes sans fils [Wohlrabe 02] et de la spectroscopie des vibrations moléculaires [Biéumont 08], tandis que le domaine des micro-ondes les fours dits micro-ondes et les téléphones portables sont des applications que nous rencontrons dans

¹ 1THz=10¹² Hz ce qui correspond à une longueur d'onde d'environ 300 μm

notre vie quotidienne, enfin, les ondes radio sont comme on le sait à la base de beaucoup de systèmes modernes de télécommunications.

Seul le domaine THz ne connaît pas autant d'applications à l'heure actuelle du simple fait qu'il constitue un domaine de recherche très récent et en plein développement.

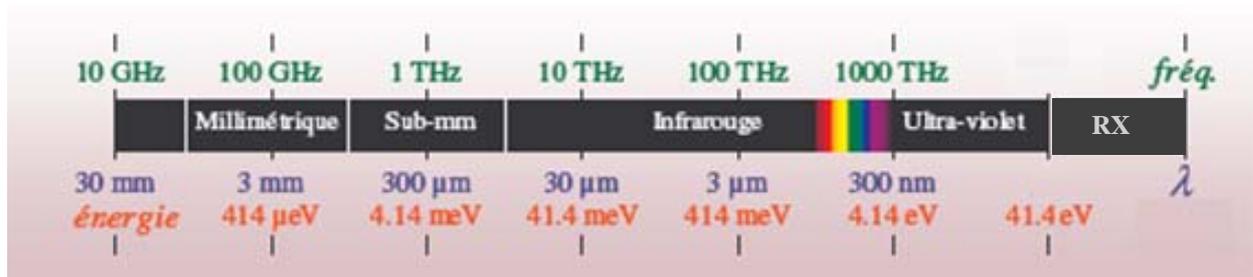


Figure 1.1 : Vue d'ensemble des radiations électromagnétiques.

1.1.2 Applications

A l'heure actuelle, le domaine de l'infrarouge moyen, associé aux deux fenêtres de transparence de l'atmosphère correspondant à l'absorption limitée des molécules d'eau et celle du dioxyde de carbone et comprises respectivement entre 3 et 5 μm et 8 et 12 μm est devenu un sujet de grand intérêt au vue du grand nombre d'applications possibles.

En effet, outre les télécommunications optiques, l'infrarouge moyen présente de nombreux champs d'applications parmi lesquelles l'analyse de gaz tel que dans le contrôle de la pollution atmosphérique et le suivi des procédés industriels [Godard 07]. En médecine, des applications en chirurgie reconstructive ont aussi été envisagées [Holger 05], le domaine militaire peut lui aussi bénéficier beaucoup dans la conception de nouveaux radars laser [Jenn 05] et dans le domaine de la contre-mesure [Godard 07].

Naturellement, l'élaboration de matériaux et de dispositifs adaptés à cette gamme de longueurs d'ondes tels que les sources lumineuses, amplificateurs, convertisseurs de fréquence, capteurs opto-(bio) chimiques etc... est vite devenue un axe de recherche très convoité.

1.2 Sources optiques dans l'infrarouge moyen

Dans ce qui suit nous présentons quelques sources de lumière cohérente émettant dans l'infrarouge moyen. Nous abordons en premier les lasers à gaz carbonique, ensuite ceux dits à électrons libres (LEL), puis à leur tour les lasers à cascade interbandes (LCI) sont exposés, et enfin les lasers à cascades quantiques (CQ) qui sont le sujet de cette thèse.

1.2.1 Lasers à gaz carbonique

Parmi les lasers qui fonctionnent dans l'infrarouge moyen, les lasers moléculaires tels que les lasers à gaz carbonique sont les plus connus [Patel 64a], [Patel 64b]. Ces lasers délivrent, en régime continu, des puissances de l'ordre de la centaine de Watt [Patel 64b].

Grâce à leur puissance élevée, ces lasers sont utilisés pour la découpe de matériaux dans le milieu industriel. Cependant, leur domaine d'émission est limité à une fenêtre relativement étroite du spectre infrarouge, typiquement l'intervalle allant de 9 à 11 μm [Patel 64b] et ceci limite leur champ d'application. Un autre inconvénient de ces dispositifs est la nécessité d'utiliser un système de refroidissement encombrant [Dangoisse 98].

1.2.2 Lasers à électrons libres (LEL)

Dans un laser à électrons libres (LEL), le milieu actif n'est ni un gaz, ni un liquide ni un solide comme dans les lasers usuels, mais un faisceau d'électrons relativistes de haute énergie, traversant un champ magnétique périodique créé par un dispositif spécial appelé onduleur [Madey 71].

L'idée théorique date de 1945 [Frank 45] et la première réalisation pour l'infrarouge eut lieu à Stanford aux USA en 1977 [Deacon 77]. Pour réaliser un LEL, les électrons passent à travers l'onduleur et dans ce dernier les électrons amplifient la lumière déjà piégée dans une cavité optique qui le contient [Deacon 77].

La cavité optique d'un LEL est un espace délimité par deux miroirs réfléchissants constituant le résonateur optique où la lumière se propage dans la même direction que les électrons.

Le LEL offre l'avantage d'être très accordable en fréquence, en principe il peut opérer de l'infrarouge lointain à l'ultraviolet mais actuellement il est limité à l'infrarouge entre 2 et 20

μm , où il n'existe pas d'autre source laser qui soit à la fois accordable et d'une puissance grande de l'ordre de quelques mégawatts [Dlottd 91].

1.2.3 Lasers à cascade interbandes (LCI)

Les lasers à cascades quantiques de type II [Yang 95], appelés lasers à cascade interbandes (LCI), combinent l'effet cascade et les transitions interbandes dans la filière des antimoniures, et ont été proposés pour la première fois par Yang *et al.* [Yang 95].

La différence fondamentale avec les lasers à cascades quantiques réside dans le fait que dans les LCI les transitions radiatives sont interbandes c'est-à-dire qu'elles font intervenir aussi bien la bande de conduction que de valence.

La gamme d'émission des LCI s'étend de $2 \mu\text{m}$ à l'infrarouge lointain. A titre illustratif, un profil de bande du LCI de Meyer *et al.* [Meyer 96] est présenté sur la figure 1.2 où plusieurs zones de recombinaison électron-trous de type II, à base d'antimoniure, sont juxtaposées dans la région active du laser. Après recombinaison avec un trou, l'électron (le trou) alors sur une bande de valence (conduction) est réinjecté par effet tunnel interbandes dans la bande de conduction (valence) de la zone de recombinaison suivante. Une paire électron-trou est alors réutilisée plusieurs fois de suite dans la zone active pour émettre plusieurs photons.

La première réalisation du LCI a été rapportée par Lin *et al.* [Lin 97], d'autres LCI ont depuis été étudiés et réalisés dont on peut citer par exemple ceux de [Mansour 06], [Soibel 07], [Canedy 07], [Bewley 07], [Bewley 08].

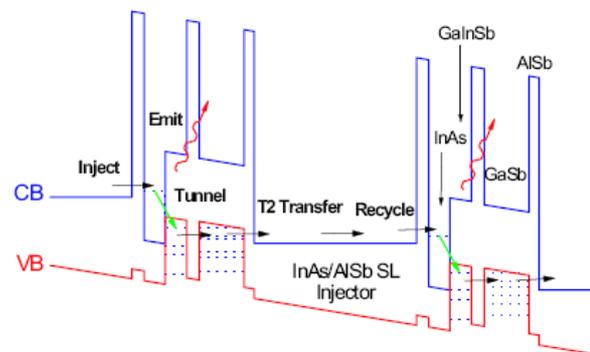


Figure 1.2: Structure de bandes de la zone active d'un laser à cascade interbandes (LCI) proposé par Meyer *et al.* [Meyer 96] en GaSb/AISb/InAs.

1.2.4 Lasers à cascades quantiques (CQ)

Les lasers à cascades quantiques (CQ) fonctionnent grâce à une ingénierie sophistiquée des bandes d'énergie à une échelle telle que des effets quantiques font leurs apparitions [Faist 94].

Contrairement aux diodes lasers à puits quantiques [Holonyak 80] où les transitions sont de type interbandes, les lasers à CQ mettent en jeu des transitions intrabandes c'est-à-dire des transitions optiques entre états électroniques de la même bande par exemple la bande de conduction. Ainsi, leurs caractéristiques ne dépendent pas directement de l'énergie de la bande interdite. C'est le choix des épaisseurs de chacune des couches formant l'hétérostructure qui permet la préparation des états quantiques avec une grande liberté. Cette propriété remarquable permet actuellement de réaliser avec les matériaux de base des semiconducteurs III-V InP et GaAs des lasers à CQ émettant dans une plage de longueur d'onde allant de 5 à 300 μm c'est-à-dire jusqu'à l'infrarouge lointain.

La figure 1.3 montre le profil de la bande de conduction d'un laser à CQ lorsqu'une tension est appliquée aux bornes du dispositif. La présence de la tension de polarisation se traduit par une chute de potentiel le long de la direction de croissance.

La structure du laser comprend environ 25 à 100 périodes constituées chacune d'une zone d'injection et d'une zone active.

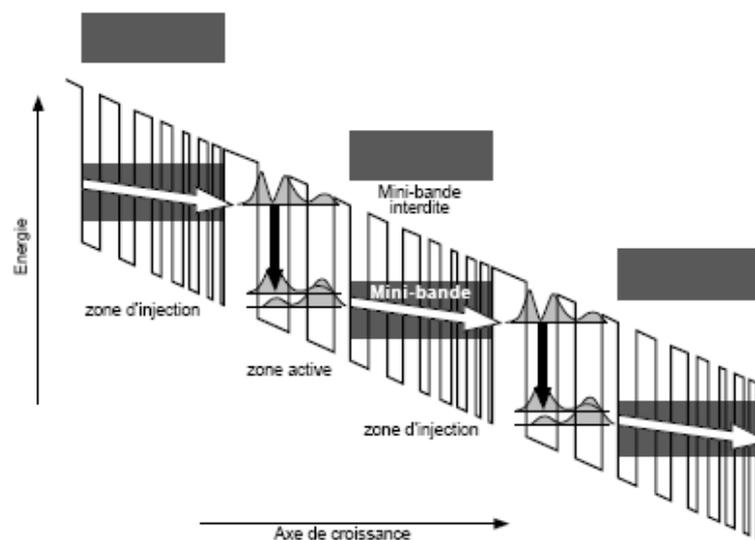


Figure 1.3: Profil de la bande de conduction d'un laser à CQ [Julien www.onversity.net/load/laser_unipolaire].

1.3 Hétérostructures à semiconducteurs

1.3.1 Hétérojonctions, puits quantiques et super-réseaux

Une hétérojonction est réalisée par épitaxie sur un substrat semiconducteur d'un autre semiconducteur de composition différente, donc de largeur de bande interdite différente. Pour que le matériau épitaxié ne présente pas trop de défauts, il faut que les paramètres de maille des deux composés soient aussi proches l'un de l'autre que possible [Fossard 02]. La figure 1.4 ci-bas montre les valeurs des gaps, longueurs d'onde et paramètres de mailles pour plusieurs semiconducteurs courants [Fossard 02].

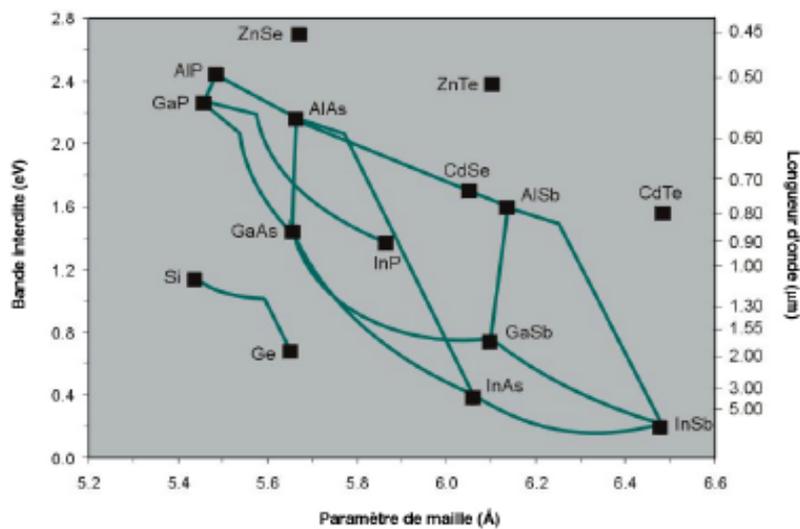


Figure 1.4: Energie de bande interdite et paramètre de maille de semiconducteurs. Les courbes reliant les différents semiconducteurs représentent les alliages ternaires [Fossard 02].

De nombreuses structures sont possibles en associant plusieurs hétérojonctions: Par exemple, en faisant croître successivement des couches AlGaAs / GaAs / AlGaAs avec une épaisseur de la couche centrale de quelques dizaines d'Angström et d'un matériau de plus petit gap, on réalise un puits quantique. On peut aussi associer plusieurs de ces puits quantiques pour former des structures plus complexes :

- Si dans une structure à plusieurs puits, l'épaisseur de la barrière entre deux puits consécutifs est assez grande ($\approx 100\text{\AA}$), on obtient un puits quantique multiple (Figure 1.5a).

- Si au contraire l'épaisseur de cette même barrière est suffisamment faible pour que les fonctions d'onde des électrons dans les différents puits soient couplées entre elles (Figure 1.5b), la périodicité de l'empilement des couches qui se rajoute à celle du réseau cristallin est vue par les électrons. Il s'agit alors de super-réseaux, dont la structure de bande est modifiée par l'existence de cette périodicité supplémentaire, faisant apparaître des "mini-bandes" dans le spectre d'énergie à travers la zone de Brillouin.

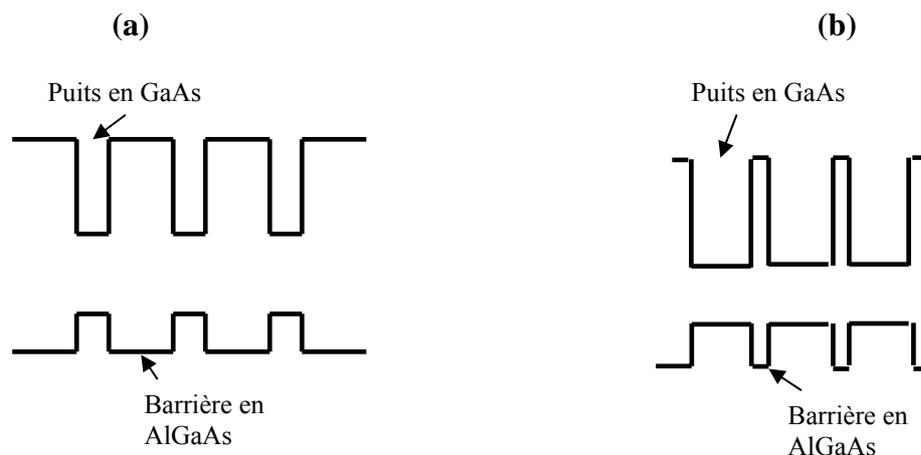


Figure 1.5: Schéma de bande pour une structure à puits quantiques multiples (a) et un super-réseau (b).

Comme dans les simples hétérojonctions, les électrons circulent dans les puits, alors que ce sont les barrières qui contiennent les impuretés de dopage, ce sont donc généralement des structures à haute mobilité. Par exemple, dans le système $\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ la mobilité est de l'ordre de 3×10^3 (cm^2/Vs) à 300 K [Saxena 81].

La grande variété de matériaux disponibles et le grand nombre de leurs combinaisons possibles font que les applications potentielles sont extrêmement nombreuses, et que des dispositifs complètement nouveaux peuvent être imaginés à l'aide du "band-gap engineering" qui est de mieux en mieux maîtrisé grâce aux diverses techniques d'épithaxie des matériaux [Arthur 68], [Gossard 86], [Breiland 99].

En étendant le système à plusieurs puits comme sur la figure (1.6), l'ensemble des niveaux d'énergie des différents puits quantiques s'associent pour former un spectre continu ou continuum appelé communément mini-bande. Sur la figure les deux mini-bandes sont

séparées entre elles par un mini-gap, dont la largeur en énergie dépend de la finesse des barrières [Davies 98].

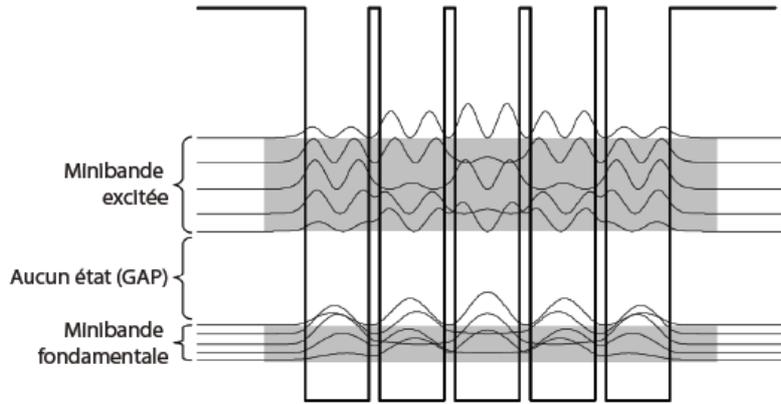


Figure 1.6: Système de plusieurs puits quantiques de 60 Å de largeur couplés entre eux grâce à de fines barrières de 10 Å. Ce système forme deux mini-bandes d'énergie (zones en gris) et un mini-gap (zone claire), les courbes montrent les fonctions d'ondes correspondantes [Davies 98].

1.3.2 Etats électroniques dans les hétérostructures

Le calcul des états électroniques dans la bande de conduction est effectué en résolvant simultanément les équations de Schrödinger et Poisson. Parfois, quand cela est nécessaire ce calcul prendra en compte la nonparabolicité de la bande de conduction qui se traduit par une variation de la masse effective dans le puits et/ou les barrières en fonction de l'énergie.

Dans le formalisme des fonctions enveloppes, l'énergie des niveaux et les fonctions enveloppes sont déterminées en résolvant l'équation de Schrödinger qui, z étant la direction de croissance, s'écrit [Bastard 86]:

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \left[\frac{1}{m^*(z, E_i)} \frac{d\chi_i(z)}{dz} \right] + U(z)\chi_i(z) = E_i \chi_i(z), \quad (1.1)$$

Dans cette équation, $m^*(z, E_i)$ désigne la masse effective des électrons, $\chi_i(z)$ la fonction enveloppe des électrons dans le niveau i , E_i l'énergie du niveau i , $\hbar = h/2\pi$ la constante de Planck réduite ou constante de Dirac et $U(z)$ le potentiel:

$$U(z) = -e\phi(z) + V(z), \quad (1.2)$$

où $-e\phi(z)$ est l'énergie potentielle due à la charge d'espace, $V(z)$ l'énergie potentielle de confinement dans la bande de conduction due à la différence des gaps d'énergie dans les différentes couches formant la structure, et e est la charge du proton.

Le potentiel électrostatique $\phi(z)$ est calculé en résolvant l'équation de Poisson [Boucaud 91]:

$$\frac{d^2\phi(z)}{dz^2} = \frac{e}{\epsilon_m} \left(\sum_i n_i^s \chi_i^2(z) - N_d(z) \right), \quad (1.3)$$

où $N_d(z)$ est le profil du dopage, ϵ_m la permittivité diélectrique du matériau et n_i^s la densité surfacique de porteurs dans le niveau i , qui se déduit de l'énergie de Fermi E_F par:

$$n_i^s = \frac{m^* k_B T}{\pi \hbar^2} \ln \left(1 + \exp \left(\frac{E_F - E_i}{k_B T} \right) \right), \quad (1.4)$$

où k_B est la constante de Boltzmann et T est la température absolue [Boucaud 91].

L'énergie de Fermi est obtenue en résolvant l'équation de neutralité de la charge, qui s'écrit [Boucaud 91]:

$$\frac{m^* k_B T}{\pi \hbar^2} \sum_i \ln \left(1 + \exp \left(\frac{E_F - E_i}{k_B T} \right) \right) - \int_{-\infty}^{+\infty} N_d(z) dz = 0 \quad (1.5)$$

Plusieurs méthodes purement numériques telles que la méthode des éléments finis [Debaisieux 97] ou celle des différences finies [Fletcher 84] ont été développées pour la résolution de l'équation de Schrödinger. Ces deux approches font appel à un maillage de la structure. D'autres comme la méthode de la matrice de transfert [Chuang 91] ou celle des ondes planes [Gershoni 93] nécessitent une discrétisation de l'énergie.

Dans le cas d'une hétérostructure dopée, le transfert de charges qui se produit à partir des régions plus dopées modifie le potentiel initial. Une résolution auto-cohérente de l'équation de Schrödinger (1.1) couplée à l'équation de Poisson (1.3) est nécessaire pour trouver simultanément le potentiel de confinement et la structure électronique. Cette méthode est décrite dans l'article de Muraki [Muraki 99].

Pour la méthode de la résolution auto-cohérente de Tan [Tan 90], les différentes étapes du traitement numérique sont les suivantes: Calcul des énergies propres et leurs fonctions d'onde par résolution de l'équation de Schrödinger (Equation (1.1)) par la méthode des matrices de transfert en prenant $\phi(z) = 0$, détermination du niveau de Fermi (Equation (1.5)), calcul de la densité surfacique de porteurs dans chaque niveau (Equation (1.4)), calcul du potentiel auto-cohérent $\phi(z)$ (Equation (1.3)) qui est ensuite réintroduit dans l'équation de Schrödinger et la procédure est répétée jusqu'à ce qu'une convergence suffisante soit obtenue.

1.3.2.1 Cas d'un puits quantique rectangulaire

Prenons le cas du puits quantique simple symétrique suivant :

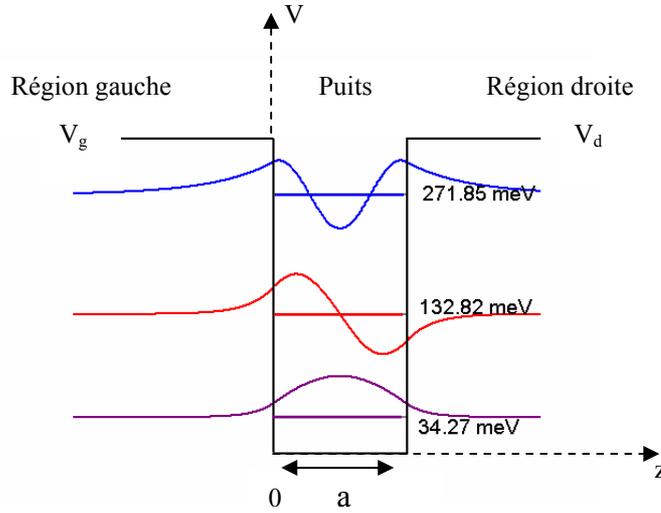


Figure 1.7: Illustration d'un puits quantique symétrique en GaAs/AlGaAs avec les niveaux d'énergie ainsi que les fonctions enveloppes avec $V_g=V_d=300$ meV, $a=10$ nm et $m_g^*=m_w^*=m_d^*=0.067m_0$.

La recherche des fonctions enveloppes des états liés conduit à une solution de l'équation de Schrödinger (1.1) de la forme

$$\chi_i(z) = \begin{cases} A_{g,i} e^{k_{g,i}z} & z < 0 \\ A_{w,i} e^{ik_{w,i}z} + B_{w,i} e^{-ik_{w,i}z} & 0 \leq z \leq a \\ A_{d,i} e^{-k_{d,i}z} & z \geq a \end{cases} \quad (1.6)$$

où $U(z) = V_g$, 0 et V_d respectivement dans, la région gauche, le puits et la région droite et

$k_{g,i}$, $k_{w,i}$ et $k_{d,i}$ sont donnés par

$$k_{g,i} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_g^*(V_g - E_i)}, \quad k_{w,i} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_w^*E_i} \quad \text{et} \quad k_{d,i} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_d^*(V_d - E_i)} \quad (1.7)$$

m_g^* , m_w^* et m_d^* étant les masses effectives de l'électron respectivement dans, la barrière de gauche, le puits et la barrière de droite.

Les continuités de raccordement de χ et $\frac{1}{m^*} \frac{d\chi}{dz}$ permettent de calculer les différents coefficients comme suit:

$$A_{g,i} = \frac{1}{\sqrt{I}}$$

$$\begin{aligned}
A_{w,i} &= \frac{1}{2\sqrt{I}} \left(1 - i \frac{m_w^* k_{g,i}}{m_g^* k_{w,i}} \right) \\
B_{w,i} &= \frac{1}{2\sqrt{I}} \left(1 + i \frac{m_w^* k_{g,i}}{m_g^* k_{w,i}} \right) \\
A_{d,i} &= \frac{1}{\sqrt{I}} e^{k_{d,i}L} \left(\cos(k_{w,i}a) + \frac{m_w^* k_{g,i}}{m_{g,i}^* k_{w,i}} \sin(k_{w,i}a) \right)
\end{aligned} \tag{1.8}$$

où

$$I = \frac{1}{2k_{g,i}} + \frac{A_{w,i}^2}{2ik_w} (e^{2ik_w a} - 1) - \frac{B_{w,i}^2}{2ik_w} (e^{-2ik_w a} - 1) + 2aA_{w,i}B_{w,i} + \frac{A_{d,i}^2}{2k_d} e^{-2k_d a} \tag{1.9}$$

D'où l'équation caractéristique suivante

$$\left(\frac{k_{w,i}^2}{m_w^{*2}} - \frac{k_{g,i}k_{d,i}}{m_g^* m_d^*} \right) \sin(k_{w,i}a) - \left(\frac{k_{w,i}k_{d,i}}{m_w^* m_d^*} + \frac{k_{g,i}k_{w,i}}{m_g^* m_w^*} \right) \cos(k_{w,i}a) = 0 \tag{1.10}$$

Les niveaux d'énergie dans le puits sont situés en dessous de la barrière de plus basse énergie potentielle.

La figure 1.7 ci-haut montre schématiquement les fonctions enveloppes et les niveaux d'énergie correspondants d'un puits quantique de largeur $a=10$ nm et de potentiel de confinement $V_g=V_d=300$ meV.

1.3.2.2 Cas d'un puits quantique soumis à l'effet d'un champ électrique

Prenons le cas d'un puits quantique soumis à l'effet d'un champ électrique F ; la recherche des fonctions enveloppes conduit à des solutions de l'équation de Schrödinger (1.1) de la forme

$$\chi_i(z) = \begin{cases} A_{g,i} e^{k_{g,i}z} & z < 0 \\ A_{w,i} Ai\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{E_i}{X}\right) + B_{w,i} Bi\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{E_i}{X}\right) & 0 \leq z \leq a \\ A_{d,i} e^{-k_{d,i}z} & z > a \end{cases} \tag{1.11}$$

où $U(z) = V_g$, $-eFz$ et V_d sont respectivement les énergies potentielles dans, la région gauche, le puits et la région droite tandis que $k_{g,i}$ et $k_{d,i}$ sont donnés par

$$k_{g,i} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_g^*(V_g - E_i)}, \quad k_{d,i} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_d^*(V_d - E_i)} \tag{1.12}$$

m_g^* et m_d^* étant les masses effectives de l'électron dans, respectivement, la barrière de gauche et la barrière de droite, $Ai\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{E_i}{X}\right)$ et $Bi\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{E_i}{X}\right)$ sont les fonctions d'Airy de premier et deuxième espèce [Rosencher 98] où les paramètres λ et X sont donnés par

$$\lambda = \left(\frac{\hbar^2}{2m_w^* eF} \right)^{1/3}, \quad X = \left(\frac{\hbar^2 (eF)^2}{2m_w^*} \right)^{1/3} \quad (1.13)$$

Les continuités de raccordement de χ et $\frac{1}{m^*} \frac{d\chi}{dz}$ permettent de calculer les différents coefficients :

$$A_{g,i} = \frac{1}{\sqrt{I}}$$

$$A_{w,i} = \frac{1}{\sqrt{I}} \frac{Bi'(-\frac{E_i}{X}) + \frac{m_w^*}{m_g^*} \lambda k_{g,i} Bi(-\frac{E_i}{X})}{Ai(-\frac{E_i}{X}) Bi'(-\frac{E_i}{X}) - Ai'(-\frac{E_i}{X}) Bi(-\frac{E_i}{X})}$$

$$B_{w,i} = -\frac{1}{\sqrt{I}} \frac{Ai'(-\frac{E_i}{X}) + \frac{m_w^*}{m_g^*} \lambda k_{g,i} Ai(-\frac{E_i}{X})}{Ai(-\frac{E_i}{X}) Bi'(-\frac{E_i}{X}) - Ai'(-\frac{E_i}{X}) Bi(-\frac{E_i}{X})}$$

$$A_{d,i} = \frac{1}{\sqrt{I}} e^{k_{d,i}a} (A_{w,i} Ai(-\frac{a}{\lambda} - \frac{E_i}{X}) + B_{w,i} Bi(-\frac{a}{\lambda} - \frac{E_i}{X})) \quad (1.14)$$

où

$$I = \frac{1}{2k_{g,i}} + \int_0^a (A_{w,i} Ai(-\frac{z}{\lambda} - \frac{E_i}{X}) + B_{w,i} Bi(-\frac{z}{\lambda} - \frac{E_i}{X}))^2 dz + \frac{A_{d,i}^2}{2k_{d,i}} e^{-2k_{d,i}a}. \quad (1.15)$$

D'où l'équation caractéristique

$$\left(Ai'(-\frac{E_i}{X}) + \frac{m_w^*}{m_g^*} k_{g,i} \lambda Ai(-\frac{E_i}{X}) \right) \left(Bi'(-\frac{a}{\lambda} - \frac{E_i}{X}) - \frac{m_w^*}{m_d^*} k_{d,i} \lambda Bi(-\frac{a}{\lambda} - \frac{E_i}{X}) \right) - \left(Bi'(-\frac{E_i}{X}) + \frac{m_w^*}{m_g^*} k_{g,i} \lambda Bi(-\frac{E_i}{X}) \right) \left(Ai'(-\frac{a}{\lambda} - \frac{E_i}{X}) - \frac{m_w^*}{m_d^*} k_{d,i} \lambda Ai(-\frac{a}{\lambda} - \frac{E_i}{X}) \right) = 0 \quad (1.16)$$

La figure 1.8 montre schématiquement les fonctions enveloppes et les niveaux d'énergie d'un puits quantique identique à celui de la figure 1.7 mais soumis à l'effet supplémentaire

d'un champ électrique $F=55$ kV/cm. On constate que la différence d'énergie entre les premiers niveaux d'énergie a augmenté.

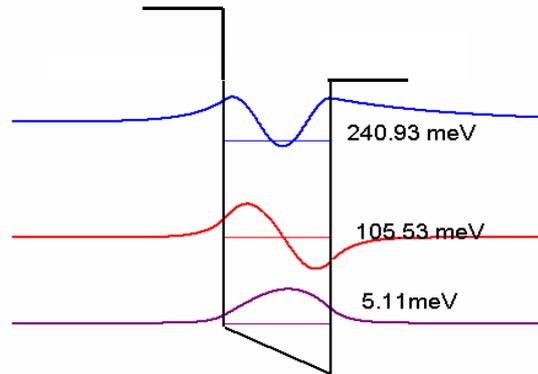


Figure 1.8: Illustration d'un puits quantique identique à celui de la figure 1.7 mais sous champ électrique avec les niveaux d'énergie ainsi que les fonctions enveloppes avec $V_g=V_d=300$ meV, $a=10$ nm, $m_g^*=m_w^*=m_d^*=0.067m_0$ et $F=55$ kV/cm.

1.3.3 Densité d'états

Dans un cristal à trois dimensions, la densité d'états est définie comme le nombre d'états électroniques disponibles par unité de volume dans un intervalle infinitésimal d'énergie dE centré en E . Dans l'approximation parabolique, l'énergie d'un électron dans une bande s'écrit :

$$E_c(k) = E_c(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (1.17)$$

où k est la norme du vecteur \vec{k} et $E_c(0)$ est l'énergie du bas de la bande de conduction.

La densité d'états dans l'espace des k est le nombre infinitésimal d'états $d^3N = \rho(k)d^3k$ situé dans le volume d^3k :

$$\rho(k) = \frac{V}{8\pi^3}. \quad (1.18)$$

Le nombre d'états dN situés dans un volume compris entre deux couronnes sphériques de rayons k et $k + dk$ est donné par :

$$dN = \frac{V}{8\pi^3} 4\pi k^2 dk = \frac{V}{2\pi^2} k^2 dk. \quad (1.19)$$

A ce volume élémentaire $4\pi k^2 dk$ dans l'espace des k correspond un volume élémentaire dans l'espace des énergies donné par la différentiation de l'équation (1.17) :

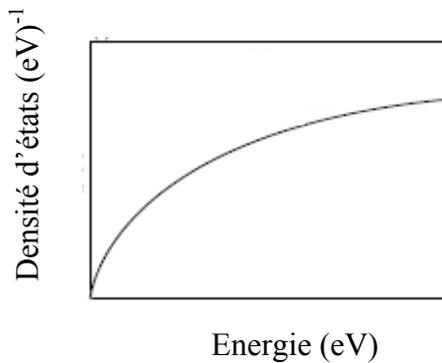
$$k^2 dk = 2^{1/2} \left(\frac{m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} dE. \quad (1.20)$$

La densité d'états en énergie $\rho_{3D}(E) = \frac{dN}{dE}$ est le nombre d'états situés entre les énergies E et $E + dE$. Pour trouver ce nombre d'états, il suffit maintenant de reporter l'expression (1.20) dans (1.19) en tenant compte des deux états de spin. Il faut donc multiplier l'expression finale par 2 d'où :

$$\rho_{3D}(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2}. \quad (1.21)$$

La densité d'états est donc proportionnelle à la racine carrée de l'énergie : Plus on monte en énergie plus le nombre d'états par unité d'énergie est grand.

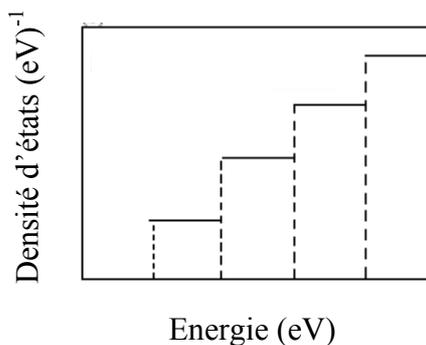
La figure 1.9 résume la densité d'états d'une structure 3D: semiconducteur massif, ainsi que, par comparaison, la densité d'états à 2D: Puits quantiques, 1D: Fils quantiques et 0D: Boîtes quantiques [Weisbuch 91].



Semiconducteur massif

$$\rho_{3D}(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2}$$

V : Volume

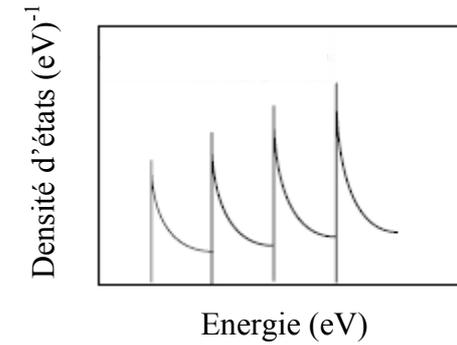


Puits quantique

$$\rho_{2D}(E) = \frac{S m^*}{\pi \hbar^2} \sum_n \theta(E - E_c)$$

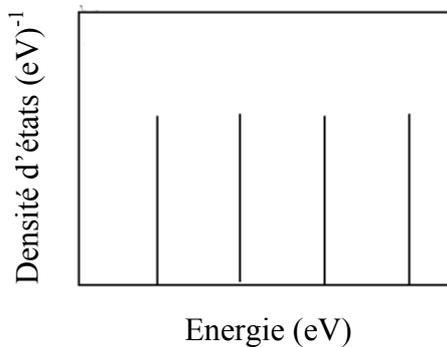
S : Surface du puits

$$\theta(E - E_c) = \begin{cases} 1 & \text{si } E > E_c \\ 0 & \text{sin on} \end{cases}$$

Fil quantique

$$\rho_{1D}(E) = \frac{L}{\pi \hbar} \sum_n \sqrt{\frac{m^*}{2(E - E_c)}} \theta(E - E_c)$$

L : longueur du fil

Boite quantique

$$\rho_{0D}(E) = 2 \sum \delta(E - E_c)$$

 δ fonction de Dirac

Figure 1.9: Densité d'états d'un matériau massif (3D), d'un puits quantique (2D), d'un fil quantique (1D) et d'une boîte quantique (0D) [Weisbuch 91].

1.4 Propriétés optiques des hétérostructures à semiconducteurs

1.4.1 Règle d'or de Fermi

La probabilité de transition inter-sousbandes par unité de temps d'un électron de l'état $|i, \vec{k}_i\rangle$ d'énergie $E_i(\vec{k}_i)$ vers l'état $|f, \vec{k}_f\rangle$ d'énergie $E_f(\vec{k}_f)$, induite par une perturbation H dépendant du temps est donnée par [Xin 97]

$$W_{if}(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle f, \vec{k}_f | H | i, \vec{k}_i \rangle \right|^2 \delta(E_f(\vec{k}_f) - E_i(\vec{k}_i) \pm \hbar\omega), \quad (1.22)$$

où les indices i et f notent les états initial et final respectivement, le signe \pm correspond soit à une émission soit à une absorption, $\hbar\omega$ est l'énergie du photon émis à la fréquence angulaire ω dans le cas de transition radiative et du phonon dans le cas de transition non radiative et δ est la fonction de Dirac.

La figure 1.10 représente les niveaux d'un puits quantique à deux sous-bandes. Si l'on injecte des électrons dans l'état excité E_2 , ils vont se désexciter soit radiativement en émettant

un photon (flèche ondulée), soit non radiativement en émettant un phonon optique longitudinal (LO) (flèche droite) [Paulavicius 98].

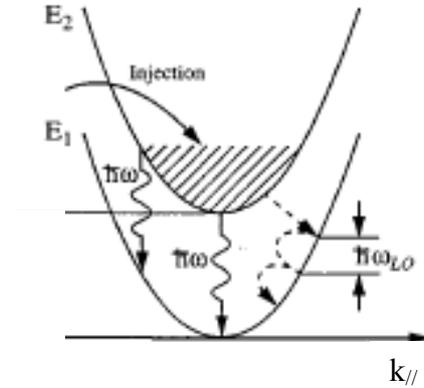


Figure 1.10: Energie des deux premiers niveaux du puits en fonction du vecteur d'onde dans le plan. La flèche droite représente la relaxation assistée par l'émission d'un phonon LO, la flèche ondulée correspond aux photons [Paulavicius 98].

1.4.2 Transitions radiatives

On considère l'interaction d'un électron avec une onde électromagnétique dont le potentiel vecteur est donné par [Coldren 95]:

$$\vec{A} = \frac{iE_0\vec{e}}{2\omega} \exp(i(\vec{q}_0 \cdot \vec{r} - \omega t)) + c.c \quad (1.23)$$

où E_0 est l'amplitude du champ électrique de l'onde, \vec{e} le vecteur de polarisation, \vec{q}_0 le vecteur d'onde, \vec{r} la coordonnée spatiale et t le temps.

L'hamiltonien d'interaction H dans l'approximation dipolaire est donné par [Jayasekera 06]:

$$H \approx \left(\frac{e}{m^*} \right) \vec{A} \cdot \vec{p}, \quad (1.24)$$

où e est la charge élémentaire, m^* la masse effective, et \vec{p} la quantité de mouvement de l'électron.

En utilisant la règle d'or de Fermi, la probabilité de transition, par unité de temps, d'un état initial $|i, \vec{k}_i\rangle$ d'énergie $E_i(\vec{k}_i)$ vers un état final $|f, \vec{k}_f\rangle$ d'énergie $E_f(\vec{k}_f)$ s'écrit [Yu 01]

$$W_{if}(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{e^2 E_0^2}{4m^{*2} \omega^2} \left| \int \chi_i^*(z) e_z p_z \chi_f(z) dz \right|^2 \delta(E_f(\vec{k}_f) - E_i(\vec{k}_i) \pm \hbar\omega). \quad (1.25)$$

où $\chi_i(z)$ et $\chi_f(z)$ sont les fonctions enveloppes des niveaux i et f suivant la direction z .

Une conséquence importante de la relation (1.25) est la règle de sélection en polarisation: C'est seulement une onde dont la composante du champ selon z est non nulle qui peut se coupler à l'électron dans la transition inter-sousbandes. On déduit de l'équation (1.25) le taux d'émission spontanée [Weisbush 91], [Troccoli 00], [Helm 00]

$$W_{if}^{sp} = \frac{e^2 \omega^2 n_{eff}}{2\pi m_0 c^3 \epsilon_0} f_{if}, \quad (1.26)$$

où m_0 est la masse de l'électron au repos, c est la vitesse de la lumière dans le vide, n_{eff} est l'indice de réfraction effectif et ϵ_0 est la permittivité du vide.

La force du couplage optique est caractérisée par la force d'oscillateur f_{if} entre les niveaux initial i et final f , et est définie par [West 85], [Borenstain 89],

$$f_{if} = \frac{m_0}{m^*} \frac{64}{\pi^2} \frac{i^2 f^2}{(i^2 - f^2)^3}. \quad (1.27)$$

La force d'oscillateur est souvent exprimée en fonction de l'élément de matrice z_{if} par [Weisbuch 91], [Helm 00]

$$f_{if} = \frac{2m_0 (E_i - E_f)}{\hbar^2} z_{if}^2, \quad (1.28)$$

avec dans le cas général

$$z_{if} = \int \chi_i(z) z \chi_f^*(z) dz. \quad (1.29)$$

L'émission stimulée s'exprime de la manière suivante [Yariv 89] :

$$W_{if}^{st} = W_{if}^{sp} \frac{c^2 I_0(\nu)}{8\pi h \nu^3 n_{eff}} L(\nu), \quad (1.30)$$

où $I_0(\nu)$ est l'intensité de l'onde électromagnétique à la fréquence ν et $L(\nu)$ est le profil Lorentzien dû à l'élargissement homogène du niveau.

1.4.3 Force d'oscillateur

La force d'oscillateur d'une transition optique est en général la grandeur sans dimension la plus utilisée pour comparer différents dispositifs émetteurs de lumière. Elle décrit la force de couplage quantique entre les niveaux i et f et nous allons voir quelles sont les caractéristiques du matériau ou de la structure qui déterminent cette grandeur optique.

De façon générale on peut écrire la force d'oscillateur de la transition inter-sousbandes $2 \rightarrow 1$ comme:

$$f_{21} = \frac{2m_0(E_2 - E_1)}{\hbar^2} z_{21}^2, \quad (1.31)$$

où $z_{21} = \langle 2|z|1 \rangle$ est l'élément de matrice entre les niveaux 2 et 1. Pour obtenir un ordre de grandeur de la force d'oscillateur, nous pouvons nous placer dans le cas d'une transition inter-sousbandes dans le cas d'un puits infini. Les niveaux d'énergies et les fonctions enveloppes dans un tel puits d'épaisseur a s'écrivent alors :

$$E_i = \frac{1}{2m^*} \left(\frac{\pi \hbar}{a} \right)^2 i^2 \quad (1.32a)$$

$$\chi_i(z) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(i\pi \frac{z}{a}) ; \quad (1.32b)$$

Ces solutions sont présentées graphiquement sur la figure 1.11

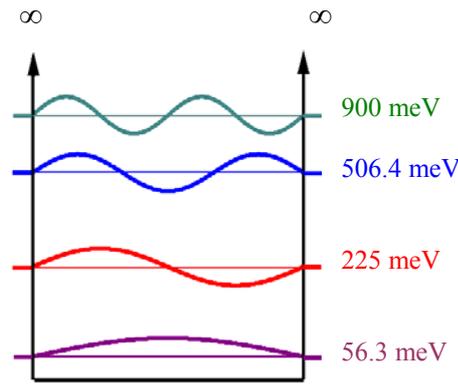


Figure 1.11 : Illustration d'un puits quantique infini en GaAs/AlGaAs avec les niveaux d'énergie ainsi que les fonctions enveloppes avec $a=10$ nm et $m^*=0.067m_0$.

Le calcul de z_{21} peut s'effectuer sans avoir recours à des moyens numériques. L'équation (1.32a) fournit les expressions des niveaux d'énergie E_1 et E_2 et l'équation (1.32b) celles des fonctions enveloppes. L'intégration sur la largeur du puits conduit alors à l'élément de matrice :

$$z_{21} = \int_0^a \chi_1(z) z \chi_2^*(z) dz = \frac{2^4}{3^2} \frac{a}{\pi^2}. \quad (1.33)$$

L'énergie de la transition fondamentale $1 \rightarrow 2$ quant à elle vaut $\Delta E_{21} = \frac{3}{2m^*} \left(\frac{\pi \hbar}{a} \right)^2$

Nous pouvons réécrire l'équation (1.31) en injectant l'expression (1.33) dans cette équation. Après simplification, on obtient:

$$f_{21} \approx 0.96 \frac{m_0}{m^*}. \quad (1.34)$$

On remarque que la force d'oscillateur d'une transition inter-sousbandes ne dépend plus de l'épaisseur du puits quantique mais uniquement de la masse effective des porteurs considérés.

Pour GaAs, $m^* = 0.067m_0$ d'où $f_{21} \approx 14.32$, donc pour obtenir de grandes forces d'oscillateur, il faut utiliser des matériaux présentant des masses effectives faibles.

1.4.4 Transitions non radiatives

Pour les transitions non radiatives dues aux quanta de vibrations du réseau ou phonons, l'hamiltonien d'interaction s'écrit dans le formalisme de la seconde quantification comme suit [Ferreira 89], [Smet 96]

$$H = -\sum_{\vec{Q}} \alpha(\vec{Q}) (e^{-i\vec{Q}\cdot\vec{r}} a_{\vec{Q}}^+ + e^{i\vec{Q}\cdot\vec{r}} a_{\vec{Q}}^-). \quad (1.35)$$

Dans l'équation ci-dessus, $\alpha(\vec{Q})$ mesure l'intensité du couplage électron phonon. Le cas le plus pertinent est de loin celui des phonons optiques longitudinaux (LO) ou phonons polaires, dans ce cas l'hamiltonien de l'équation (1.35) est dit de Fröhlich.

Dans l'équation 1.35, \vec{Q} est le vecteur d'onde du phonon alors que $a_{\vec{Q}}^+$ et $a_{\vec{Q}}^-$ sont respectivement les opérateurs de création et d'annihilation d'un phonon de vecteur d'onde \vec{Q} .

Dans cet hamiltonien, le terme en $a_{\vec{Q}}^+$ correspond à l'émission d'un phonon, tandis que celui en $a_{\vec{Q}}^-$ correspond à l'absorption.

Les principaux mécanismes de la relaxation non radiative par phonons sont l'émission de phonon LO et de phonons acoustiques.

Envisageons successivement les potentiels d'interaction de ces deux processus.

➤ Pour le cas du phonon optique [Price 81], [Smet 96]:

$$|\alpha(\vec{Q})|^2 = \frac{2\pi \hbar \omega_{LO} e^2}{VQ^2} \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_s} \right) \quad (1.36)$$

➤ Pour celui du phonon acoustique [Price 81], [Smet 96]

$$|\alpha(\vec{Q})|^2 = \frac{D_A^2 \hbar \omega_q}{2\rho c_s^2 V} \quad (1.37)$$

Dans l'équation (1.36), les paramètres ϵ_∞ et ϵ_s sont respectivement les permittivités haute fréquence et statique tandis que dans l'équation (1.37) D_A est le potentiel de déformation des phonons acoustiques [Price 81]. En outre, notons que $\hbar\omega_q$ et $\hbar\omega_{LO}$ sont respectivement les énergies des phonons acoustique et LO considéré comme étant sans dispersion alors que ρ est la masse volumique et c_s la vitesse du son dans le cristal.

Nous résumons dans le tableau 1.1 ci-dessous les différents paramètres du système GaAs/AlGaAs

Permittivité statique ϵ_s	12.91	[Unuma 03]
Permittivité à haute fréquence ϵ_∞	10.92	[Unuma 03]
Potentiel de déformation des phonons acoustiques D_A (eV)	13.5	[Unuma 03]
Densité volumique ρ (kg/m ³)	5.36×10^3	[Tsai 98]

Tableau 1.1: Valeurs des différents paramètres dans GaAs/AlGaAs [Tsai 98], [Unuma 03].

1.5 Les lasers inter-sousbandes

Historiquement, les systèmes confinés à période artificielle ou super-réseaux, et leurs propriétés de transport ont été étudiés pour la première fois par Esaki et Tsu en 1970 au centre de recherche IBM T. J. Watson à New York [Esaki 70]. L'utilisation des transitions inter-sousbandes dans les super-réseaux pour l'amplification de la lumière dans l'infrarouge quant à elle a été proposée théoriquement pour la première fois par deux chercheurs Russes Kazarinov et Suris de l'Institut Ioffe de Leningrad, actuellement St. Petersburg, [Kazarinov 71]. Ces auteurs ont analysé théoriquement le fonctionnement d'un système de puits quantiques multiples polarisés par un champ électrique externe.

Le principe est représenté schématiquement sur la figure 1.12, dans laquelle d est la période du super-réseau et E_1 , E_2 et E_3 sont les énergies des états dans un puits du super-réseau et F est le champ électrique.

Sous l'application d'un champ électrique F , le système subit une chute de potentiel de eFd par période, où e est la charge élémentaire. Lorsque $eFd > E_2 - E_1$, le niveau fondamental du puits (n) se situe au dessus du premier niveau excité du puits ($n+1$) suivant. Dans cette situation, un électron peut passer d'un niveau à l'autre par effet tunnel assisté par une émission de photon: On parle alors d'une transition diagonale. Compte tenu du temps de vie

relativement long du niveau 1, par rapport à celui des autres niveaux excités, une inversion de population entre le niveau 1 du puits (n) et du niveau 2 du puits (n+1) est alors possible et une onde électromagnétique d'énergie $\varepsilon = eFd - (E_2 - E_1)$ peut être amplifiée.

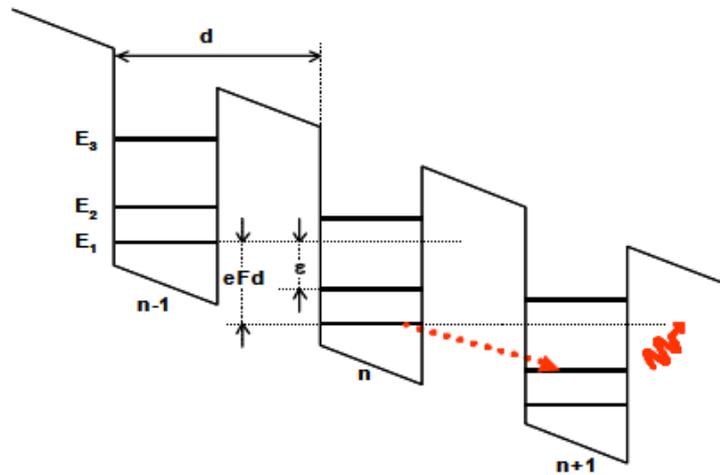


Figure 1.12: Représentation schématique de l'amplification par le procédé de Kazarinov et Suris [Kazarinov 71].

En plus du concept original de gain inter-sousbandes, ces auteurs proposent avec leur dispositif l'idée d'émission en cascade de lumière, où un électron provoque l'émission d'un photon lors de chaque passage dans un puits du super-réseau polarisé.

Très récemment, Terazzi *et al.* [Terazzi 08] ont étudié le phénomène de courant tunnel sur une large plage de courant et de température dans différentes structures artificielles à semiconducteurs.

Expérimentalement, les recherches ont buté pendant près de vingt ans sur la difficulté d'observer l'émission spontanée inter-sousbandes [Helm 89]. La raison principale tient à la durée de vie très courte des électrons dans les sous-bandes excitées car ceux-ci se désexcitent très rapidement vers la sous-bande fondamentale en interagissant avec les phonons [Helm 89].

En 1974, les expériences d'absorption de Dingle, Henry, et Wiegmann aux laboratoires Bell [Dingle 74] avaient établi l'existence de niveaux discrets dans les puits quantiques préparés par épitaxie par jet moléculaire.

A la suite de ces travaux importants, en 1976, Gornik et Tsui ont mesuré le premier spectre d'émission inter-sousbandes dans un gaz d'électrons bidimensionnel créé à l'interface

Si/SiO₂ [Gornik 76] et en 1983, Sollner et son équipe démontrent, dans un système de puits quantiques, l'effet tunnel résonnant à des fréquences THz [Sollner 83].

En 1985, West et Eglash réalisent la première démonstration de transitions optiques dans l'infrarouge moyen ($\lambda \sim 10 \mu\text{m}$) entre deux sous-bandes d'un puits quantique en GaAs [West 85] et peu après en 1986, Capasso et son équipe font état d'expérience d'effet tunnel résonnant séquentiel dans des super-réseaux [Capasso 86].

En 1989, l'émission spontanée inter-sousbandes dans l'infrarouge lointain a été mise en évidence dans des puits quantiques GaAs/AlGaAs [Helm 89] et juste après en 1993, Levine fabrique le photodétecteur infrarouge par absorption intrabande dans la bande de conduction des puits quantiques [Levine 93].

Par la suite, en 1995 Julien, Leburton et Sa'ar proposent un nouveau mécanisme d'émission inter-sousbandes qui repose sur le pompage optique de puits quantiques couplés [Julien 95]. Le peuplement par voie optique permet de simplifier la conception et la fabrication des structures par rapport aux lasers à CQ car la présence des injecteurs n'est pas nécessaire.

La première réalisation du laser dont le fonctionnement repose sur le pompage optique dans des hétérostructures en GaAs/AlGaAs a été rapportée par Gauthier *et al.* en 1997 à l'Institut d'Electronique Fondamentale d'Orsay, université de Paris 11 [Gauthier 97a], [Gauthier 97b].

Le lecteur intéressé par un historique complet des transitions inter-sousbandes pourra consulter l'article de synthèse de Gmachl *et al.* [Gmachl 01] ou celui de Capasso *et al.* [Capasso 02], ainsi que les références bibliographiques qu'ils contiennent.

La première démonstration d'un laser à CQ date de 1994 [Faist 94]. Réalisé par l'équipe de Capasso aux Laboratoires Bell ce premier laser émet à $4.2 \mu\text{m}$ à 77 K et sa puissance maximale dépasse 8 mW en mode pulsé. Il contient une région active formée d'un triple puits quantiques en AlInAs/GaInAs avec une transition diagonale. Deux ans plus tard, cette même équipe réalise le premier laser à CQ en mode pulsé et à température ambiante sur un substrat d'InP. Ce laser à base d'AlInAs/GaInAs émet à $5 \mu\text{m}$ et possède une puissance crête de 6 mW jusqu'à une température de 300 K et un courant de seuil de 10 kA/cm^2 [Faist 96].

Le développement des zones actives à super-réseau qui offrent un élément de dipôle plus élevé que les zones actives à puits quantiques, ont beaucoup amélioré les performances des lasers à CQ [Scarmacio 97]. Très rapidement, cette zone active est remplacée par un super-réseau à pas variable développé par Tredicucci *et al.* [Tredicucci 98]. Dans ces composants, l'émission se produit entre deux mini-bandes.

Le laser mis au point par Tredicucci *et al.* fonctionne en régime pulsé jusqu'à des températures de 325 K avec une densité du courant de seuil de l'ordre de 5 kA/cm^2 et une puissance crête atteignant 0.5W à 300 K.

En 1999, Gmachl *et al.* ont introduit un système fonctionnant en mode continu jusqu'à une température maximale de 175 K pour une puissance de 20 mW [Gmachl 99]. En parallèle avec le système InGaAs/AlInAs, d'autres matériaux sont également explorés. Le premier laser à CQ à base de AlGaAs/GaAs est réalisé en 1998 par Sirtori *et al.* dans le département Composants III-V Optoélectronique à Alcatel- France [Sirtori 98a] et fonctionne autour de $9 \mu\text{m}$ à une température cryogénique avec une puissance crête de 70 mW en régime pulsé. Ce dispositif a été amélioré par Page *et al.* en 2001 [Page 01].

Des régions actives en AlInAs/GaInAs et AlGaAs/GaAs très performantes ont aussi été développées. On classe ces régions actives en deux catégories : La première *état lié vers état du spectre continu (bound-to-continuum)* développée par Faist *et al.* en 2001 [Faist 01] et la seconde à *double résonance de phonons* développée par Hofstetter *et al.* en 2001 [Hofstetter 01].

Les structures *état lié vers état du spectre continu* sont caractérisées par le remplacement de la sous-bande inférieure de la transition laser par une mini-bande. Les meilleures performances atteintes sur ce système de zone active ont été obtenues très récemment par Wittmann *et al.* en 2008 [Wittmann 08a], [Wittmann 08b].

Le laser à CQ obtenu dans la référence [Wittmann 08a] émet à $8.56 \mu\text{m}$, avec une température maximale de fonctionnement en mode continu de $110 \text{ }^\circ\text{C}$, les puissances de fonctionnement étant 188 mW à $30 \text{ }^\circ\text{C}$ et 6 mW à $110 \text{ }^\circ\text{C}$.

Dans la référence [Wittmann 08b], ce laser émet à 8.2 et $9.3 \mu\text{m}$ et fonctionne en mode pulsé jusqu'à 300 K et en mode continu jusqu'à $50 \text{ }^\circ\text{C}$ et sa puissance à température ambiante en mode pulsé est de 1W.

Dans le cas des structures à *double résonance de phonons*, la zone active possède deux transitions inter-sousbandes en résonance avec l'énergie du phonon LO. Ce type de zone active a permis d'atteindre des performances remarquables à température élevée, comme par exemple une température maximale de 400K avec une puissance de 204mW en mode continu.

Ces deux catégories de zones actives jouissent d'une bonne efficacité d'injection des électrons dans la sous-bande supérieure de la transition laser ainsi que d'un bon dépeuplement du niveau inférieur de la transition laser, ce qui augmente l'inversion de population entre les deux niveaux en jeu [Faist 01], [Hofstetter 01].

Les lasers à CQ à base d'antimoniure InAs/AlSb [Teissier 04] et InGaAs/AlAsSb [Revin 04] sont également étudiés pour les applications à 3-5 μm , leurs avantages résident dans leur masse effective électronique faible ($m^* = 0.023m_0$) et une discontinuité entre les bandes de conduction du puits et des barrières très élevée ($\Delta E_c = 2000$ meV dans le système InAs/AlSb) [Teissier 04].

La masse effective faible et la grande discontinuité du gap aux interfaces permettent d'augmenter la force d'oscillateur et de diminuer la longueur d'onde. Récemment, l'équipe de R. Teissier à Montpellier a poussé l'émission des lasers à CQ InAs/AlSb jusqu'à $\lambda = 3.1 - 3.3$ μm [Devenson 06] et à $\lambda = 2.75$ μm [Devenson 07].

La figure 1.13 résume la chronologie des différentes conceptions des lasers à CQ.

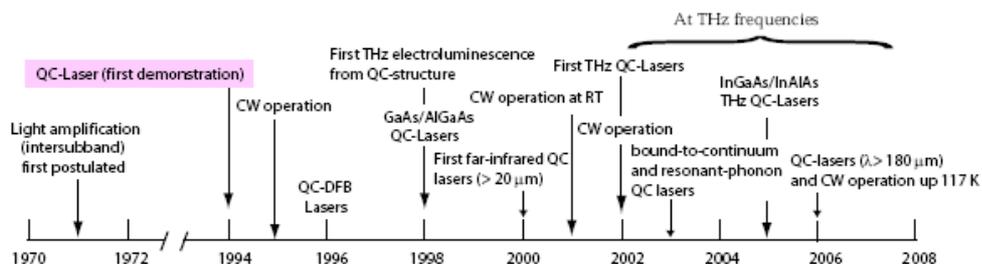


Figure 1.13: Résumé de la chronologie des différentes conceptions des lasers à CQ [Ajili 07].

1.5.1 Laser à fontaine quantique

La structure active du laser inter-sousbandes à fontaine quantique est formée de deux puits quantiques en GaAs d'épaisseurs différentes couplés par une fine barrière en AlGaAs [Julien 95]. La figure 1.14 montre le profil du potentiel en bande de conduction des puits quantiques GaAs/AlGaAs suivant la direction de croissance [Moussa 95].

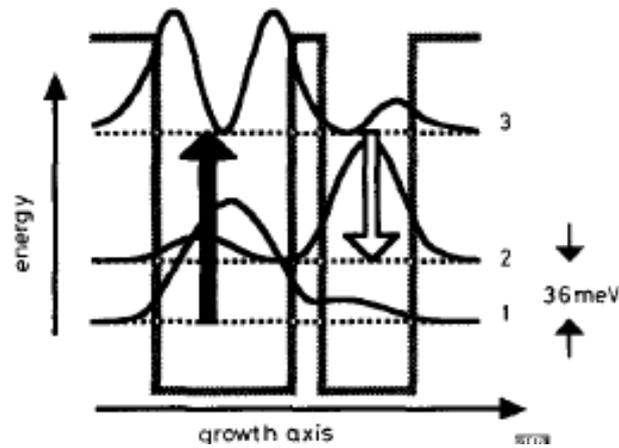


Figure 1.14: Profil du potentiel en bande de conduction des puits quantiques suivant la direction de croissance. La transition optique représentée par la flèche blanche dirigée vers le bas s'effectue entre les niveaux 3 et 2, la flèche noire dirigée vers le haut désigne le pompage optique entre les niveaux 1 et 3 [Moussa 95].

Sous pompage optique dans l'infrarouge effectué avec un laser CO_2 , les électrons de la sous-bande fondamentale 1 sont excités dans la troisième sous-bande 3. L'émission se produit entre les sous-bandes 3 et 2. Les électrons de la sous-bande 2 sont ensuite recyclés dans la sous-bande fondamentale par relaxation non radiative. Une ingénierie des taux d'interaction électron-phonon est possible en imposant judicieusement la séparation énergétique entre les différentes sous-bandes. Ainsi, l'épaisseur et la composition des différentes couches peuvent être ajustées pour que l'écart d'énergie entre les deux premières sous-bandes soit proche de l'énergie du phonon LO. Cette situation de résonance conduit à une durée de vie très courte des électrons dans la sous-bande 2. En revanche, le temps de relaxation non radiative est plus long entre les sous-bandes 3 et 2 dont l'écart d'énergie est grand devant l'énergie du phonon LO ($\Delta E_{32} > \hbar\omega_{LO}$). L'inversion de population entre les sous-bandes 3 et 2 est donc possible car le dépeuplement de la sous-bande 2 est plus rapide que la relaxation non radiative entre les sous-bandes 3 et 2 ($\tau_{21} < \tau_{32}$).

Le laser réalisé par Gauthier *et al.* [Gauthier 97a] émet à $15.5 \mu\text{m}$ jusqu'à 110 K en régime pulsé. Les meilleures performances ont été obtenues avec des lasers inter-sousbandes émettant entre 14 et $15 \mu\text{m}$, avec une zone active constituée de cent cinquante zones émettrices pompées optiquement par un laser CO_2 [Gauthier 00]. Une puissance optique collectée de 4,16W a été mesurée avec un faisceau spatialement monomode (TM_{00}), correspondant à une puissance émise de près de 18W par facette.

1.5.2 Laser à cascade quantique

1.5.2.1 Principe fondamental

Les lasers à CQ sont basés sur deux principes fondamentaux: Le caractère unipolaire et l'utilisation de l'idée de cascade.

- Les lasers à CQ sont des composants unipolaires c'est-à-dire ils ne mettent en jeu qu'un seul type de porteurs de charge, les électrons. C'est ce qui leur vaut la dénomination de source laser *unipolaire* et les rend conceptuellement différents des diodes lasers.
- Les lasers à CQ utilisent l'idée de "cascade" qui consiste à recycler chaque électron ayant émis un photon en le faisant passer à travers un injecteur qui le conduit à un autre ensemble de puits quantiques actifs. Ainsi, un seul électron conduit à l'émission de plusieurs photons et ainsi les puissances obtenues dans les lasers à CQ peuvent être élevées.

Les lasers à CQ sont basés sur deux phénomènes fondamentaux de la mécanique quantique appelés confinement quantique et effet tunnel.

- Le confinement quantique signifie que le semiconducteur est placé en "sandwich" entre deux autres semiconducteurs n'ayant pas la même structure de bande. Les bandes de valence et de conduction présentent alors des discontinuités à leurs jonctions, comme le montre la figure 1.15.

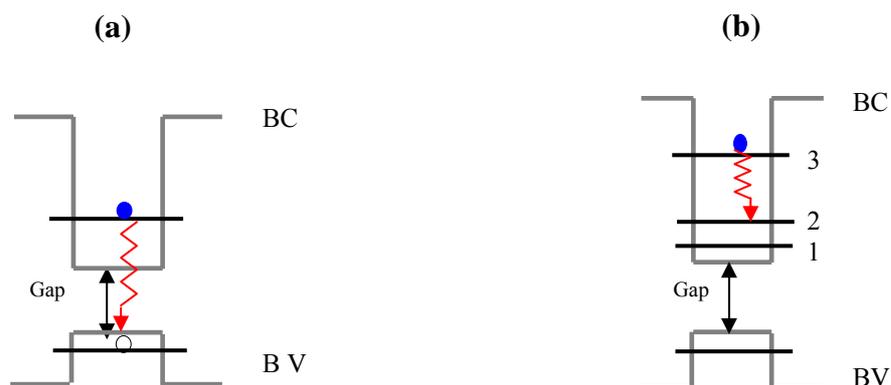


Figure 1.15: Représentation schématique d'une transition radiative interbandes (a) et inter-sousbandes (b) dans un puits quantique. La transition optique représentée par la flèche ondulée rouge s'effectue entre un niveau de la bande de conduction et un niveau de la bande de valence dans la transition interbandes, et entre les niveaux 3 et 2 dans la transition inter-sousbandes.

La grandeur physique pertinente ici est l'épaisseur de l'hétérostructure en "sandwich". En effet, l'éclatement des états est directement relié à l'épaisseur de la couche interne. Plus l'épaisseur est faible, plus les niveaux sont plus séparés. L'énergie du niveau E_i varie en fait comme $(i/a)^2$, où a est la largeur du puits quantique. Ainsi, il est possible de positionner à désir les niveaux d'énergie et donc de modifier la fréquence du photon émis par la transition du niveau 3 vers le niveau 2.

- Le deuxième phénomène quantique mis en jeu dans le fonctionnement du laser à CQ est l'effet tunnel. En fait le fonctionnement du laser à CQ diffère de celui d'un laser classique tel qu'un laser à gaz en ce sens que l'amplification optique est remplacée par un effet de cascade quantique représenté par la figure 1.16 et assuré par une succession de transitions tunnel entre puits quantiques.

Ce phénomène est amplifié par l'application d'un champ électrique extérieur qui vient incliner le diagramme de bande par effet Stark. Généralement, un électron va générer entre 50 et 100 photons, ce qui signifie que le laser à CQ est constitué d'une cinquantaine de zones actives, i.e. zones pour lesquelles il y a inversion de population et donc émission d'un photon.

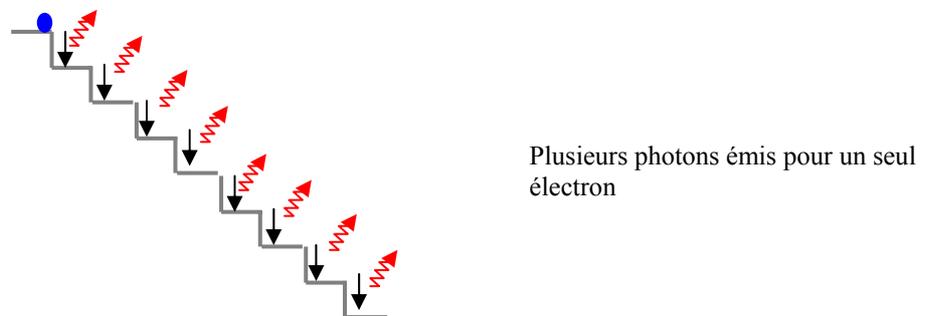


Figure 1.16: Représentation schématique du phénomène de cascade dans un laser à CQ. Un électron est utilisé plusieurs fois pour émettre en cascade des photons. La flèche ondulée représente le photon émis.

Le fonctionnement d'un laser à CQ est illustré sur la figure 1.17. Cette figure représente une succession d'une zone active et d'une zone d'injection/extraction.

La zone d'injection/extraction composée de puits quantiques à gradient d'épaisseur est utilisée pour former une mini-bande de conduction qui injecte par effet tunnel résonant les électrons dans l'état 3 de la zone active.

L'émission laser a lieu entre les états 3 et 2. La durée de vie de l'état 2 est inférieure à la picoseconde ce qui assure le passage quasi immédiat de l'électron vers l'état 1, et par la même occasion cela assure l'inversion de population alors réalisée entre les états 3 et 2.

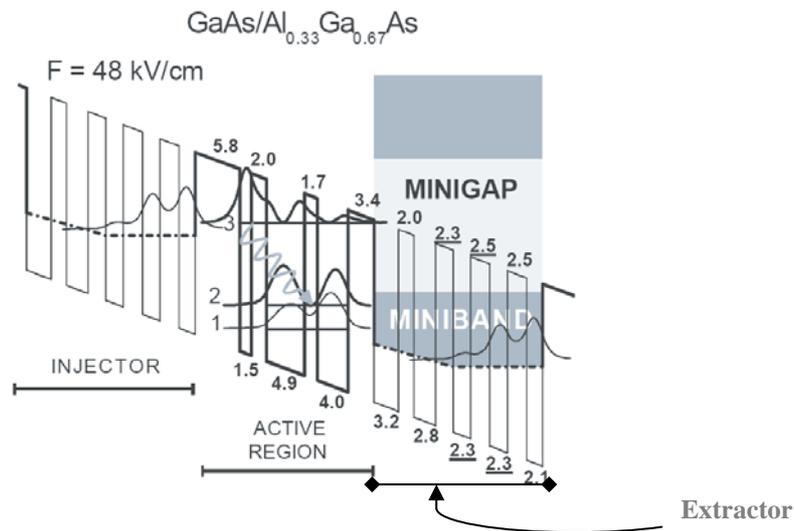


Figure 1.17: Représentation schématique de principe de fonctionnement d'un laser à CQ [Sirtori 98a].

L'état final de la transition est dépeuplé vers l'état 1 via des transitions non-radiatives qui sont favorisées par la résonance d'énergie entre les états 2 et 1 et l'énergie du phonon LO. Ensuite, l'électron est collecté par la zone d'extraction suivante permettant le transport vers la zone active suivante.

1.5.2.2 Structure générale d'un laser à cascade quantique

Les ingrédients essentiels d'un laser à CQ sont : La zone active, la zone d'injection/extraction et le guide d'onde que nous allons décrire en détails ci-dessous.

1.5.2.2.1 La zone active

La zone active est constituée d'une succession de puits quantiques et de barrières. C'est dans cette partie de l'étage que sont localisés les trois niveaux entre lesquels se réalise l'inversion de population entre les deux niveaux excités de la figure 1.17 et qui détermine la longueur d'onde d'émission.

Par une ingénierie de bandes, le dessin de la zone active favorise une grande durée de vie dans le deuxième niveau excité par une séparation spatiale des fonctions d'onde. Il favorise au

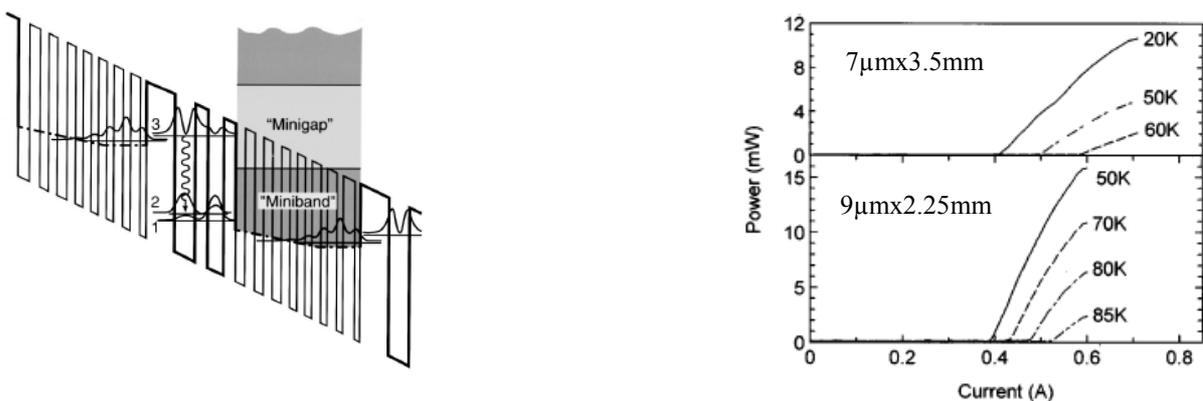
contraire une durée de vie courte dans le niveau 2 par un plus fort recouvrement de sa fonction d'onde avec celle du niveau 1 et surtout par un écart en énergie ΔE_{21} proche de l'énergie du phonon LO, qui accélère ce processus de relaxation par résonance.

Suivant la conception de la structure de bande, plusieurs familles de zones actives ont été étudiées et réalisées depuis la première réalisation du laser à CQ et seules les plus importantes seront montrées ici.

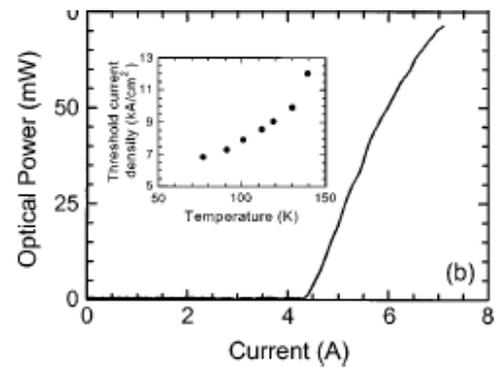
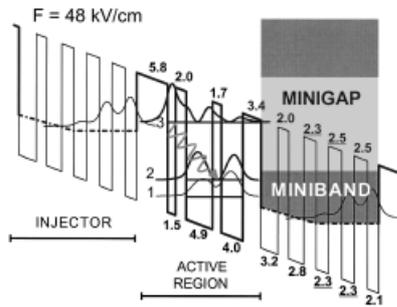
Dans ce contexte on cite notamment les zones actives à 2 puits couplés à transition verticale, les zones actives à 3 puits couplés à transition verticale et à transition diagonale, la zone active à super-réseau et enfin les zones actives à double résonance phononique et 'état lié aux états du spectre continu'.

Le lecteur intéressé par une description plus détaillée pourra consulter les références [Faist 02], [Choi 04].

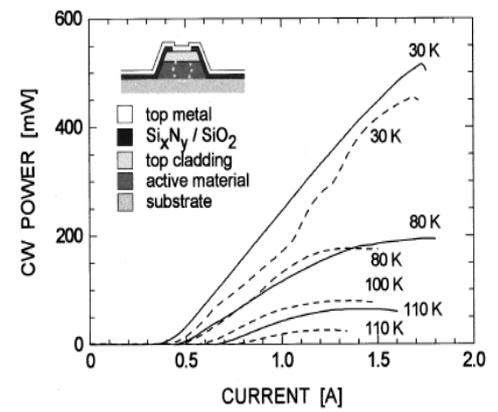
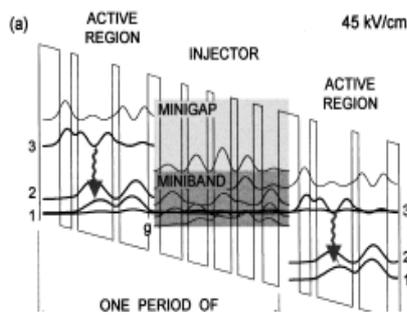
La figure 1.18 ci-dessous représente les zones actives citées ci-haut ainsi que leurs courbes de tension et de puissance émise mesurées en fonction du courant d'injection à différentes températures.



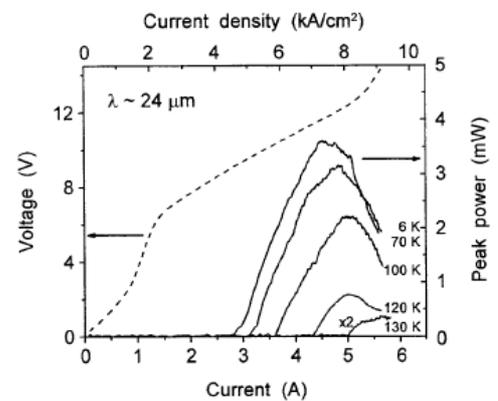
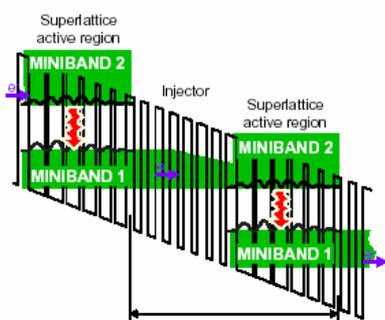
(a) : Extrait de l'article de : J. Faist *et al.* [Faist 96].



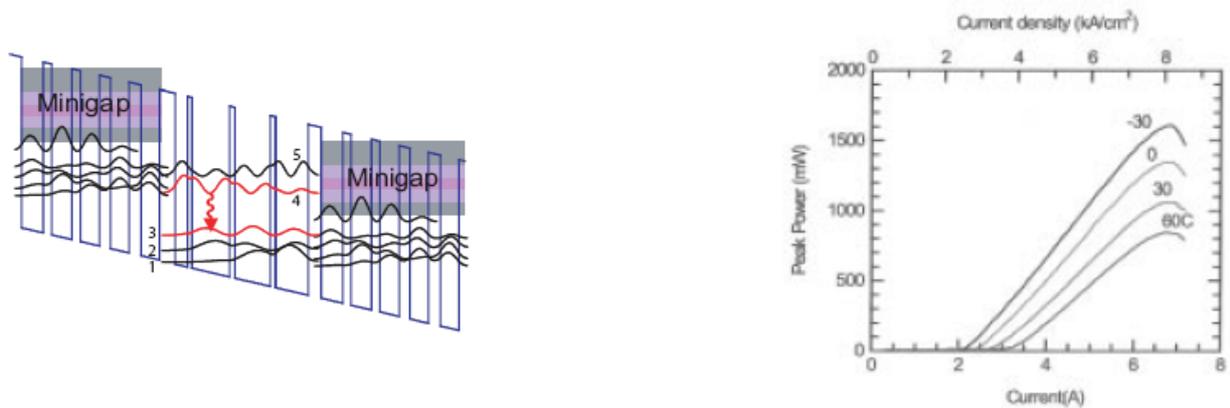
(b) : Extrait de l'article de : C. Sirtori *et al.* [Sirtori 98a].



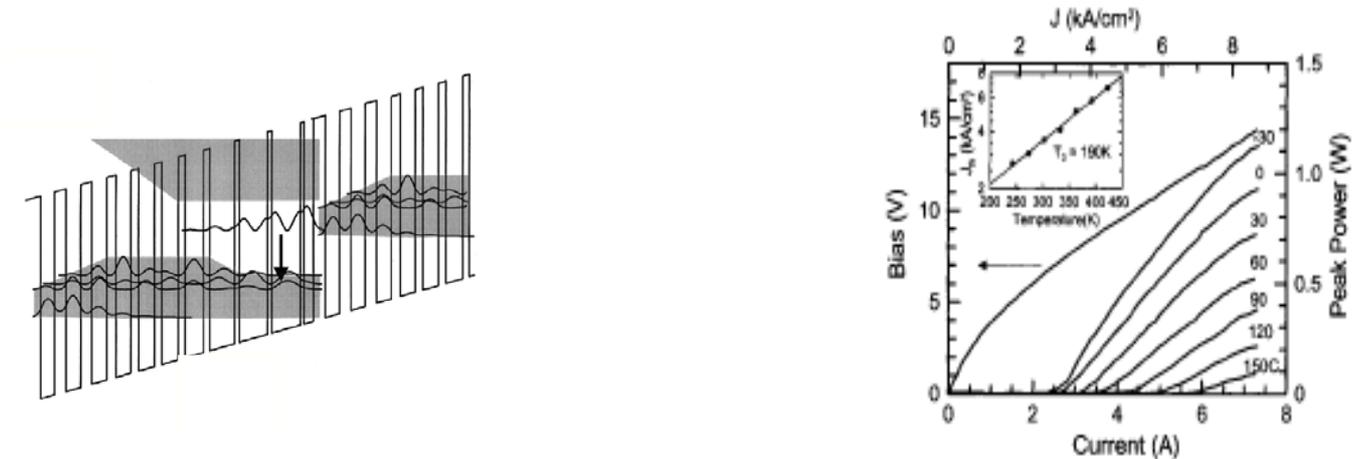
© : Extrait de l'article de : C. Gmachl *et al.* [Gmachl 98].



(d) : Extrait de l'article de : G. Scamarcio *et al.* [Scamarcio 97].



(e): Extrait de article de : D. Hofstetter *et al.* [Hofstetter 01].



(f) : Extrait de l'article de : J. Faist *et al.* [Faist 01]

Figure 1.18: A gauche, structure de bandes d'une période des zones actives de quelques lasers à CQ (a) : à 2 puits couplés à transition verticale, (b): à 3 puits couplés à transition diagonale, (c) : à 3 puits couplés à transition verticale, (d) : à super-réseau, (e) : à double résonance de phonons, (f) : état lié aux états du spectre continu. A droite, puissance émise pour différentes températures et tension de fonctionnement.

1.5.2.2.2 La zone d'injection/extraction

La zone d'injection/extraction est formée de plusieurs puits quantiques dont les épaisseurs sont choisies de façon à aligner leurs niveaux d'énergie fondamentaux pour une certaine valeur du champ électrique de polarisation. On bénéficie alors de l'effet super-réseau

qui se traduit par l'apparition de mini-bandes d'énergie séparées par une bande interdite. Ces zones contribuent à l'inversion de population par trois phénomènes [Faist 94] :

- La zone à gauche de la région active permet d'injecter sélectivement les électrons dans le niveau supérieur par effet tunnel résonnant (zone d'injection).
- La zone à droite sert à dépeupler rapidement le niveau fondamental vers la période suivante (zone d'extraction).
- Elle contribue aussi à bloquer l'échappement par effet tunnel vers les états du spectre continu des électrons du troisième niveau grâce à la présence de la mini-bande interdite.

Enfin, le dopage de certaines couches de la zone d'injection lui confère le rôle de réservoir à électrons; cela permet en plus d'homogénéiser le champ électrique dans toute la zone active et d'éviter la formation de zones de charge d'espace, compte tenu des fortes densités de porteurs circulant dans la zone active [Faist 94].

1.5.2.2.3 Le guide d'onde

Le guide d'onde a une importance primordiale dans les lasers à CQ car il permet de confiner la lumière dans la zone active et donc augmenter les interactions lumière/matière. Le gain de la lumière émise peut alors dépasser les pertes subies dans le dispositif (pertes dues aux miroirs, absorption des porteurs libres, diffusions, ...) et donner ainsi naissance à une oscillation laser.

Par un choix judicieux de la composition et de l'épaisseur des matériaux du guide, on peut diminuer ces pertes et augmenter le recouvrement de la lumière avec la région active. Ceci constitue l'un des enjeux de l'optimisation des guides d'onde dans les lasers à CQ, permettant l'amélioration du rendement de conversion électron-photon et la diminution de la densité du courant de seuil [Sirtori 98b].

Dans l'infrarouge moyen on peut utiliser les guides optiques classiques, en faisant croître des couches de faible indice de réfraction de part et d'autre de la couche active. Le centre du guide (cœur), ici la région active est entourée de semiconducteur de plus faible indice (gaine). Le mode optique est confiné au centre du guide où l'indice de réfraction est le plus important. D'un point de vue géométrique ce confinement est permis grâce aux réflexions totales internes que subit la lumière aux interfaces cœur/gaine. Dans l'infrarouge lointain, ce type de

guide, purement diélectrique, nécessiterait des épaisseurs de couches dépassant les limites des moyens actuels d'épitaxie [Gao 03].

Cette limite technologique peut être contournée en utilisant une couche métallique, comme l'or ou le platine, juste au-dessus de la zone active. Ce type de guide a été proposé pour la première fois dans les lasers à CQ en 1998 dans des structures en InGaAs/AlInAs émettant à 8 et 11,4 μm [Sirtori 98b].

En effet, il est possible de faire acheminer un mode TM (Transverse Magnétique) à l'interface de deux matériaux ayant des constantes diélectriques opposées, comme c'est le cas pour un métal et un semiconducteur. Le mode de propagation est alors appelé "plasmon de surface". Cette technique permet de réduire l'épaisseur des couches épitaxiales tout en augmentant le facteur de confinement [Sirtori 98b].

Le guide a été réalisé par la suite dans des lasers à CQ sur InP émettant entre 17 et 24 μm [Tredicucci 00a], [Tredicucci 00b], [Colombelli 01a], [Colombelli 01b], [Unterrainer 02], les lasers à CQ en GaAs eux émettant à 23 μm [Ulrich 02]. D'autres types de guides ont été réalisés pour le confinement : Les guides renforcés par plasmons. Ce type de guides a été introduit en 1995 dans des lasers à CQ AlInAs/GaInAs émettant à 8,4 μm [Sirtori 95]. Le principe de ce guide est d'utiliser des couches de semiconducteurs très dopées pour réaliser les couches de confinement.

1.5.2.3 Les techniques de croissance

Les semiconducteurs à gaps directs et indirects sont devenus les piliers de l'optoélectronique pour la fabrication des lasers à CQ à base de puits quantiques de plus en plus performants [Helm 00]. Ce formidable développement a été en partie rendu possible grâce à l'avènement des techniques de la croissance épitaxiale, comme l'épitaxie par jet moléculaire (EJM) [Arthur 68], l'épitaxie par jet moléculaire avec certaines sources gazeuses (As, P) [Tietjen 66], ou épitaxie en phase vapeur à partir de composés organométalliques EPVOM [Gossard 86], [Breiland 99], qui ont permis la réalisation de très grandes variétés d'hétérostructures semiconductrices à puits quantiques très performantes en termes de rendement quantique.

Le premier à avoir réalisé par EJM des couches de GaAs avec succès a été Arthur en 1968 [Arthur 68]. Dans les années 1970, l'utilisation de cette technique s'est largement

développée parce qu'elle permettait de fabriquer des puits quantiques à base de semiconducteurs [Esaki 70], [Dingle 74], ce qui demeurait impossible en épitaxie en phase liquide (EPL) [Nelson 63]. Cependant, l'EJM présente l'avantage d'avoir une vitesse de croissance de l'ordre de quelques (0.5-1) $\mu\text{m/h}$, ce qui a permis à Esaki et Chang de travailler dès 1973 sur les premières structures à puits quantiques sur substrat de GaAs [Chang 73].

La technique d'épitaxie par jet moléculaire avec certaines sources gazeuses a été utilisée par l'équipe de M. Razeghi de l'Université de Northwestern [Slivken 97] pour réaliser des lasers à CQ émettant dans l'infrarouge lointain.

La croissance par la technique EPVOM a permis d'obtenir des lasers à CQ en GaAs/AlGaAs et en AlInAs/GaInAs/InP à l'Université de Sheffield [Roberts 03], [Green 04], à Harvard [Troccoli 04], [Wang 08] et à l'Institut d'Electronique Quantique de Suisse [Wittmann 08a], [Wittmann 08b]. En fonction des conditions de croissance, l'EPVOM permet d'atteindre des vitesses de croissances de l'ordre de 1-5 $\mu\text{m/h}$. Une étude détaillée de cette technique de croissance est donnée en référence [Gerald 89].

1.6 Propriétés de transport des porteurs dans les lasers à cascades quantiques

Les canaux de transport des électrons dans le laser à cascade idéal sont schématiquement représentés sur la figure 1.19. Depuis la région d'injection, les électrons sont injectés à travers une barrière épaisse dans le niveau 3, puis transitent dans le niveau 2 soit radiativement, en émettant un photon, soit non radiativement. Les électrons désexcités entrent alors dans une nouvelle zone d'injection et le processus se répète dans l'étage suivant, l'électron passe ainsi en cascade de l'une à l'autre en émettant globalement N_{ph} photons.

Dans les structures réelles, cependant, il existe un certain nombre de transitions "parasites" qui dégradent le phénomène d'inversion de population. Ils sont répertoriés sur la figure 1.19. Premièrement, il peut se produire une relaxation directe des électrons vers les deux niveaux inférieurs, et donc un court-circuit de la transition laser. Ce canal est pris en compte par un terme d'efficacité quantique d'injection η . De même, les électrons du niveau supérieur peuvent transiter directement vers les niveaux inférieurs de l'extracteur, réduisant ainsi la durée de vie non radiative du niveau excité et par conséquent, directement réduit le coefficient du gain [Gmachl 01]. Finalement, et en particulier dans les lasers de courte longueur d'onde où le niveau 3 du laser est localisé énergétiquement près du continuum se

situant juste au-dessus des barrières, les électrons du niveau supérieur peuvent être excités thermiquement, par effet thermo-ionique, ou transiter directement à basse température dans les états du continuum [Gmachl 01].

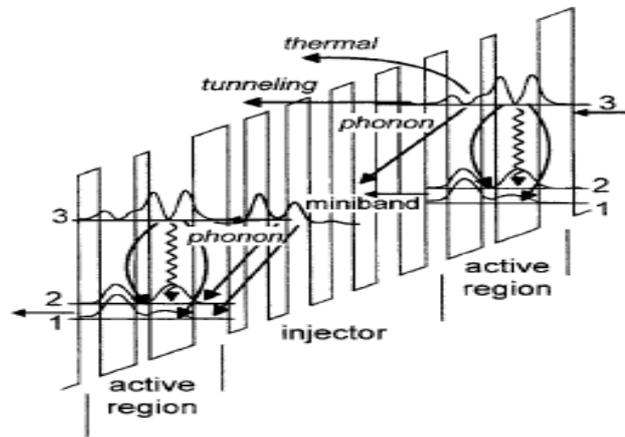


Figure 1.19: Profil de la bande de conduction d'une portion de la structure d'un laser à CQ. Divers canaux de transport du courant sont indiqués par des flèches. Extrait de l'article de : C. Gmachl. *et al.* [Gmachl 01].

Il faut relever qu'une valeur d'efficacité d'injection inférieure à l'unité a des conséquences dramatiques sur le courant de seuil et l'efficacité quantique différentielle. Par exemple, en utilisant des paramètres les plus typiques on trouve une augmentation du courant seuil de 50% pour $\eta = 0.8$ et une valeur infinie de ce courant pour $\eta < 0.45$ [Helm 00].

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu qu'il existe de nombreuses sources lasers fonctionnant dans l'infrarouge moyen. Après avoir présenté quelques notions de base sur les hétérostructures à semiconducteurs et leurs propriétés optiques, nous avons rappelé les différentes méthodes de résolution des équations couplées de Schrödinger et Poisson où nous avons insisté sur la méthode auto-cohérente. Nous avons expliqué le principe de fonctionnement des lasers inter-sousbandes, et les différentes structures proposées pour augmenter leurs performances. Nous avons également précisé les nombreuses méthodes d'épitaxies qui permettent de réaliser les lasers à CQ. Enfin, nous avons terminé ce chapitre en évoquant les divers canaux de transport des électrons qui minimisent les performances des lasers à CQ.

Chapitre 2

Chapitre 2

Modélisation thermique des lasers à cascades quantiques émettant dans l'infrarouge moyen

2.1 Introduction

Ce chapitre présente la modélisation de l'effet de la température sur les caractéristiques physiques des lasers à CQ émettant dans l'infrarouge moyen. L'étude sera limitée au dispositif conçu par Page *et al.* [Page 01].

L'émission thermo-ionique, qui décrit le transport des électrons à travers une barrière de potentiel, joue un rôle très important dans les performances des lasers à CQ [Schneider 88]. Ce phénomène correspond au passage d'un électron au dessus d'une barrière quand son énergie thermique est suffisante. Au fonctionnement à haute température la fuite des électrons dans les états du continuum a son effet sur l'efficacité d'injection et donc le courant de seuil et la puissance de sortie des lasers à CQ [Page 99], [Kruck 00]. D'autres paramètres importants qui affectent les performances des lasers à CQ à haute température sont l'élargissement du spectre d'électroluminescence et les temps de transition non radiative des électrons dans les niveaux laser.

La dépendance en température de la largeur à mi-hauteur (FWHM) du spectre d'électroluminescence dans les lasers à CQ est limitée par différents mécanismes de relaxation inter-sousbandes, mais dans l'infrarouge moyen, la relaxation par phonons LO joue un rôle dominant. Cependant, très peu d'études semi-empiriques [Becker 02], [Ortiz 03] et aucune étude analytique approfondie de ce phénomène ne sont rapportées dans la littérature, ce qui a rendu difficile jusqu'à l'heure actuelle de prévoir quantitativement son impact réel.

Par conséquent, nous proposons dans ce chapitre un modèle compact et simple qui décrit convenablement l'effet de la température sur l'inversion de population inter-sousbandes et le gain modal non saturé, tout en tenant compte de la dépendance du FWHM et des temps de transition non radiative des électrons vers les différents niveaux laser sur le facteur d'occupation de Bose-Einstein. Les expressions analytiques pour la dépendance en température du courant de seuil, de l'efficacité radiative et de la puissance émise sont aussi déduites du modèle proposé.

La prise en compte de la dépendance en température du temps d'échappement par émission thermo-ionique des électrons vers les états du continuum, des temps de transition non radiative des électrons vers les différents niveaux laser ainsi que le FWHM permet en fait d'obtenir un accord excellent entre nos prédictions et des mesures effectuées par d'autres auteurs [Höfling 06].

2.2 Structure de la bande de conduction du laser à CQ étudié

La figure 2.1 représente la bande de conduction et les fonctions enveloppes, d'un étage du laser à CQ conçu par Page *et al.* [Page 01], obtenues par ces auteurs à partir de la résolution auto-cohérente des équations de Schrödinger et Poisson.

Ce laser est basé sur l'hétérostructure GaAs/Al_{0,45}Ga_{0,55}As où les puits sont en GaAs et les barrières en Al_{0,45}Ga_{0,55}As. Les largeurs en Å des différentes couches d'un étage de la structure allant de gauche à droite et en partant de la barrière d'injection sont comme suit : **46**, 19, **11**, 54, **11**, 48, **28**, 34, **17**, 30, **18**, **28**, **20**, **30**, **26**, 30, avec en gras les barrières, en roman les puits; les couches dopées quant à elles correspondent aux nombres soulignés.

On distingue trois zones sur ce schéma relatif à une structure polarisée : Au centre, la zone active est formée de trois puits couplés qui développent trois sous-bandes représentées par les états 3, 2 et 1. La séparation énergétique des niveaux 3 et 2 est de 137 meV tandis que les deux sous-bandes inférieures sont séparées d'une énergie $E_{21} = \hbar\omega_{LO} = 36$ meV, ce choix assure un dépeuplement rapide du niveau inférieur de la transition laser par émission de phonons LO. A la suite de la zone active sus-mentionnée on rencontre l'injecteur/extracteur qui n'est rien d'autre qu'un super-réseau conduisant les électrons extraits de la sous-bande fondamentale 1 d'une zone active vers la sous-bande 3 de la zone adjacente. La structure fabriquée par Page *et al.* comporte 48 de ces étages et a été conçu pour émettre à une longueur d'onde $\lambda \approx 9$ μm . Lors de son fonctionnement, la température est de 77 K et le champ externe

appliquée F est de 48 kV/cm. Il faut aussi noter que la zone active est prise en sandwich entre deux zones d'injection/extraction de compositions identiques et dopées au silicium dans leurs parties centrales respectives de largeur 96 \AA avec une concentration en silicium $n_{Si} = 3.8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

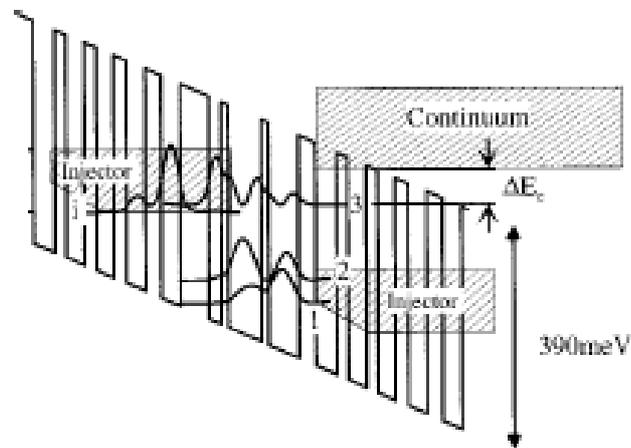


Figure 2.1 : Structure de la bande de conduction et les fonctions enveloppes d'un étage du laser à CQ conçu par Page *et al.* [Page 01]. Le champ électrique est de 48 kV/cm et la température $T=77 \text{ K}$. Extrait de l'article de : H. Page *et al.* [Page 01].

L'ensemble des valeurs numériques utilisées pour la modélisation présentée dans cette thèse est regroupé dans le tableau 2.1 ci-dessous où nos sources sont citées en référence.

Paramètres du laser à CQ	Symbole	Valeur (77 K)	Référence
Longueur d'onde	λ	9 μm	[Page 01]
Élément de matrice	z_{32}	1.7 nm	[Page 01]
Temps de transition par phonon (3 \rightarrow 2)	τ_{32}	2.1 ps	[Höfling 05]
Temps de transition par phonon (2 \rightarrow 1)	τ_{21}	0.3 ps	[Page 01]
Durée de vie du niveau 3	τ_3	1.4 ps	[Page 01]
Indice de réfraction effectif	n_{eff}	3.27	[Höfling 05]
FWHM	$2\gamma_{32}(77)$	12 meV	[Page 01]
Pertes du guide d'onde	α_w	20 cm^{-1}	[Höfling 05]
Nombre d'étages	N	48	[Höfling 05]
Coefficient de réflexion des miroirs	$R_1 = R_2$	0.29	[Höfling 05]
Facteur de confinement	Γ	0.32	[Höfling 05]
Largeur de la cavité	W	34 μm	[Höfling 05]
Longueur de la cavité	L	1 mm	[Höfling 05]
Épaisseur d'un seul étage	L_p	45 nm	[Höfling 05]
Épaisseur de la région active d'un étage	L_z	10 nm	[Ortiz 03]
Énergie d'activation	ΔE_{act}	58 meV	[Ortiz 03]
Masse effective des électrons	m^*	0.067 m_0	[Adachi 85]
Énergie du phonon LO	$\hbar\omega_{LO}$	36 meV	[Adachi 85]

Tableau 2.1: Paramètres utilisés dans nos simulations du laser à CQ.

2.3 Equations du bilan d'un laser à CQ émettant dans l'infrarouge moyen

Pour simplifier, nous commençons d'abord par étudier le laser à CQ sans l'effet de l'émission spontanée, et à titre illustratif, nous montrons dans le schéma de la figure 2.2 la notation qui sera utilisée dans tout ce qui suit.

La zone active où dans chaque étage, les photons du laser sont émis lors de transitions radiatives entre les niveaux supérieur 3 et inférieur 2 est schématiquement représentée par un système à trois niveaux d'énergie.

Dans le schéma proposé, les électrons sont injectés par effet tunnel résonant dans le niveau 3 de la transition laser avec une densité du courant d'injection d'intensité J et une efficacité d'injection η , de ce fait une proportion $(1-\eta)$ du courant total injecté fuit vers le niveau 2.

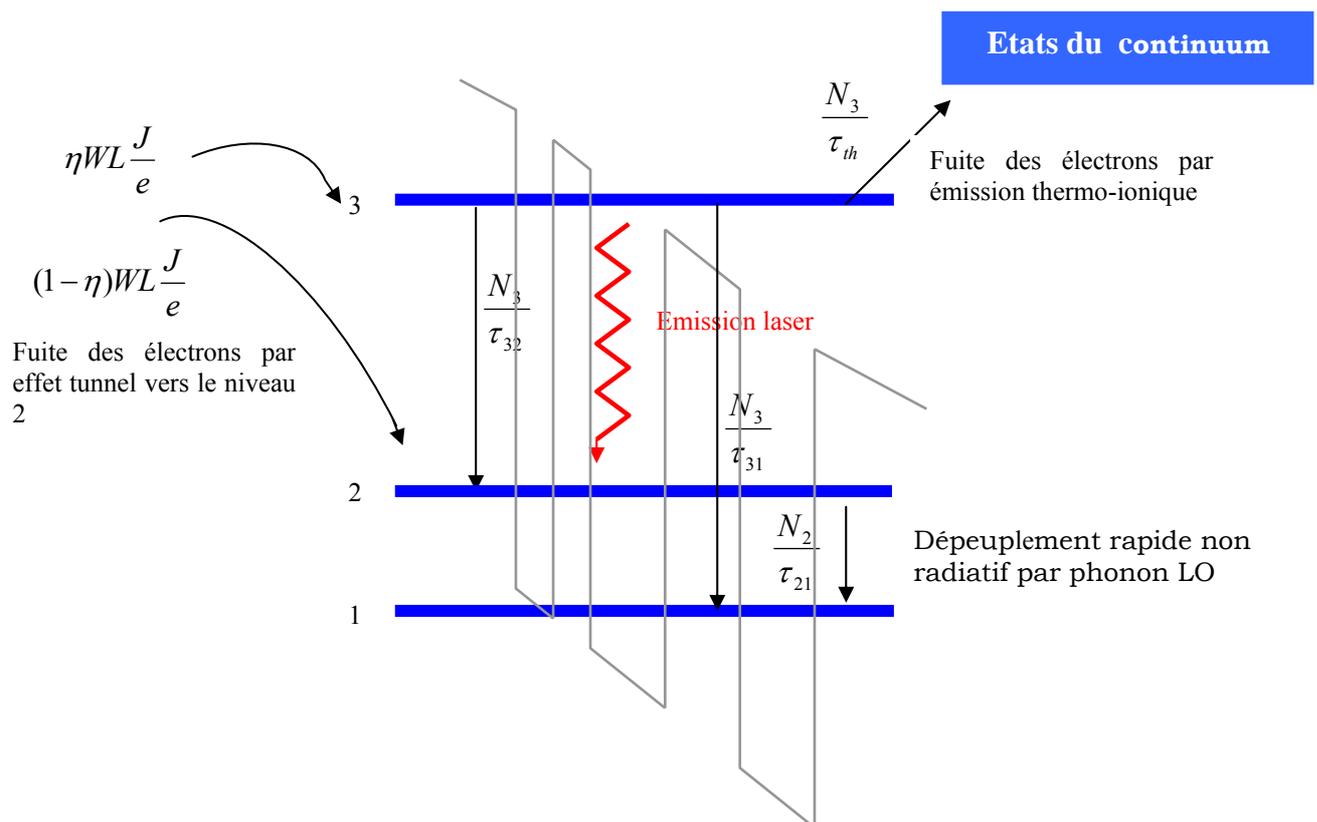


Figure 2.2 : Diagramme d'énergie de la zone active d'un étage d'un laser à CQ. Modèle à trois niveaux d'énergie est utilisé où $n=3$ et $n=2$ sont les états supérieur et inférieur de la transition laser, $n=1$ est le niveau fondamental. Un courant injecte des électrons et peuple le niveau 3.

La transition radiative spontanée couplant les niveaux supérieur 3 et inférieur 2 de la transition laser est lente en comparaison avec la relaxation non radiative par phonons [Gmachl 01], [Yamanishi 08]. Les électrons dans le niveau inférieur 2, après être passés du niveau 3 lors de la transition laser, sont ramenés vers le niveau fondamental 1 par un processus résonant de relaxation très rapide assisté par phonon LO. Enfin, les électrons sont éjectés de ce niveau 1 par effet tunnel vers l'étage suivant et ainsi de suite.

Le modèle le plus simple usuellement employé pour décrire les caractéristiques physiques des lasers à CQ émettant dans l'infrarouge moyen est donc constitué de l'ensemble suivant d'équations [Faist 00]:

$$\frac{dN_3}{dt} = \eta WL \frac{J}{e} - \frac{N_3}{\tau_3} - \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} (N_3 - N_2) N_{ph} \quad (2.1a)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = (1 - \eta) WL \frac{J}{e} + \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} (N_3 - N_2) N_{ph} \quad (2.1b)$$

$$\frac{dN_{ph}}{dt} = N \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} (N_3 - N_2) N_{ph} - \frac{N_{ph}}{\tau_p} \quad (2.1c)$$

Dans ce système, N_3 et N_2 sont les nombres d'électrons dans les niveaux 3 et 2 respectivement, N_{ph} est le nombre de photons dans la cavité, η est l'efficacité d'injection de courant dans le niveau 3, e est la charge élémentaire, J est la densité du courant d'injection, $c' = c / n_{eff}$ est la vitesse de la lumière dans le milieu où c est la vitesse de la lumière dans le vide et n_{eff} est l'indice de réfraction effectif, tandis que W et L sont respectivement la largeur et la longueur de la cavité. Notons par N et L_p le nombre d'étages et l'épaisseur de chacun de ceux-ci, le volume entier de la zone active est donné alors par $V = NWLL_p$. La fraction Γ du champ électromagnétique présent dans le système et couplée à la région active sous étude s'appelle le facteur de confinement. Cette fraction est donnée par l'intensité normalisée du mode optique guidé intégrée sur la région active [Rosencher 98]:

$$\Gamma = \frac{\int_V |\vec{E}|^2 dV}{\int_{espace} |\vec{E}|^2 dV} \quad (2.2)$$

où $|\vec{E}|$ est le vecteur champ électrique du mode optique dans la cavité.

La durée de vie du photon à l'intérieur de la cavité τ_p peut être exprimée par [Iizuka 02] :

$$\frac{1}{\tau_p} = c'(\alpha_w + \alpha_m), \quad (2.3)$$

où α_w rend compte des pertes du guide d'onde de la cavité tandis que α_m joue le même rôle pour les miroirs. L'expression de α_m est donnée par [Gmachl 01], [Iizuka 02]

$$\alpha_m = -\frac{1}{2L} \ln(R_1 R_2), \quad (2.4)$$

où R_1 et R_2 sont les coefficients de réflexion des facettes 1 et 2 respectivement. Dans le cas des lasers à CQ, le coefficient de réflexion de chaque face s'exprime, en incidence normale, en fonction de l'indice de réfraction effective par la relation suivante [Gmachl 01]

$$R = \left(\frac{n_{eff} - 1}{n_{eff} + 1} \right)^2. \quad (2.5)$$

Dans le cas général, le coefficient de réflexion au passage à travers une interface, milieu/air, est donné en fonction des indices des milieux et des angles d'incidence et de réfraction par les formules de Fresnel [Born 75].

La section efficace d'émission stimulée σ_{32} est donnée par [Verdeyen 95]

$$\sigma_{32} = \frac{4\pi e^2 z_{32}^2}{n_{eff} \varepsilon_0 \lambda (2\gamma_{32})}, \quad (2.6)$$

où ez_{32} est l'élément de matrice dipolaire, λ est la longueur d'onde d'émission, ε_0 est la permittivité du vide et $2\gamma_{32}$ est la largeur à mi-hauteur de la courbe de luminescence de la transition inter-sousbandes (FWHM).

Dans ce même système d'équations (2.1), τ_{31} , τ_{32} et τ_{21} sont les temps de transition non radiative des électrons du niveau 3 vers le niveau 1, du niveau 3 vers le niveau 2, et du niveau 2 vers le niveau 1, respectivement, alors que τ_3 représente la durée de vie totale du niveau 3.

Un électron occupant un des niveaux du puits GaAs/AlGaAs formé dans la zone active du laser est soumis aux diverses collisions susceptibles de se produire et pourrait passer d'un niveau à un autre en émettant ou en absorbant un phonon. Parvenu à une énergie suffisamment élevée il aura la possibilité de passer dans une vallée satellite X (Voir figures 2.3a, b ci-dessous et explications s'y rapportant) dans AlGaAs [Rosencher 98]. Dans ce contexte précis notons que Ferreira et Bastard [Ferreira 89] ont évalué quelques temps de transition non radiative pour les

électrons dans les puits quantiques et aussi calculé explicitement les durées de vies des niveaux pour le système GaAs/AlGaAs.

En utilisant la règle d'or de Fermi (1.22) avec l'aide de l'équation (1.36), le taux de relaxation inter-sousbandes dû aux phonons LO d'un électron dans un état initial $|i, k_i\rangle$ vers tous les états finaux $|f, k_f\rangle$ peut être calculé à $T=0$ comme suit [Ferreira 89]:

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{m^* e^2 \omega_{LO}}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_s} \right) \sum_f \int_0^{2\pi} \frac{I^{ij}(Q)}{Q} d\theta \quad (2.7)$$

où

$$Q = \sqrt{k_i^2 + k_f^2 - 2k_i k_f \cos \theta}, \quad (2.8)$$

θ étant l'angle de déviation et

$$k_f^2 = k_i^2 + \frac{2m^*}{\hbar^2} (E_i - E_f - \hbar\omega_{LO}). \quad (2.9)$$

Dans l'équation (2.7), ε_s et ε_∞ sont respectivement les constantes diélectriques statique et à haute fréquence, ω_{LO} est la fréquence du phonon LO d'énergie $\hbar\omega_{LO}$ tandis que E_i et E_f sont les énergies électroniques de confinement dans les niveaux i et f respectivement. Le facteur de recouvrement $I^{ij}(Q)$ est défini à partir des fonctions enveloppes χ_i et χ_j comme [Ferreira 89]

$$I^{ij}(Q) = \int dz \int dz' \chi_i(z) \chi_j(z) e^{-Q|z-z'|} \chi_i(z') \chi_j(z') \quad (2.10)$$

En général, le calcul de τ_3 résulte de la sommation des taux de transition vers tous les états finaux y compris ceux du continuum et incluant tous les mécanismes de relaxation possibles. Ces contributions peuvent être calculées numériquement à partir des fonctions enveloppes et des potentiels de diffusion, un tel calcul est cependant assez lourd, d'autant qu'il faut considérer un grand nombre d'états dans le continuum, alors que nous cherchons ici un modèle simple et intuitif. C'est pourquoi, nous proposons d'utiliser plutôt une simple formule compacte de type thermo-ionique.

Sans entrer dans des détails sans importance pour le travail mené dans cette thèse, on peut distinguer deux types de structure de bandes d'énergie dans les semiconducteurs. Dans un premier cas, le sommet de la bande de valence et le bas de la bande de conduction la plus basse en énergie se situent au même point de l'espace des \vec{k} , dans ce type de situation on dit que le semiconducteur est à gap direct, c'est le cas par exemple de l'arséniure de gallium GaAs où les

deux extrema sont situés au point $\vec{k} = 0$ communément appelé le point Γ , que la figure 2.3a montre clairement [Chelikowski 76]. Dans une deuxième situation, le sommet de la bande de valence et le bas de la bande de conduction se situent en deux points différents de l'espace réciproque, dans ce cas le semiconducteur est dit à gap indirect, c'est par exemple le cas de l'arséniure d'aluminium AlAs où le minimum de la bande de conduction se trouve au point X alors que le maximum de la bande de valence se situe au point Γ comme le montre la figure 2.3b [Huang 85]. Dans les figures 2.3a et 2.3b les points k au voisinage des points de haute symétrie comme les points Γ , X, et L forment la vallée du point correspondant ainsi on parlera des vallées Γ , X etc...pour désigner ces ensembles de points respectivement.

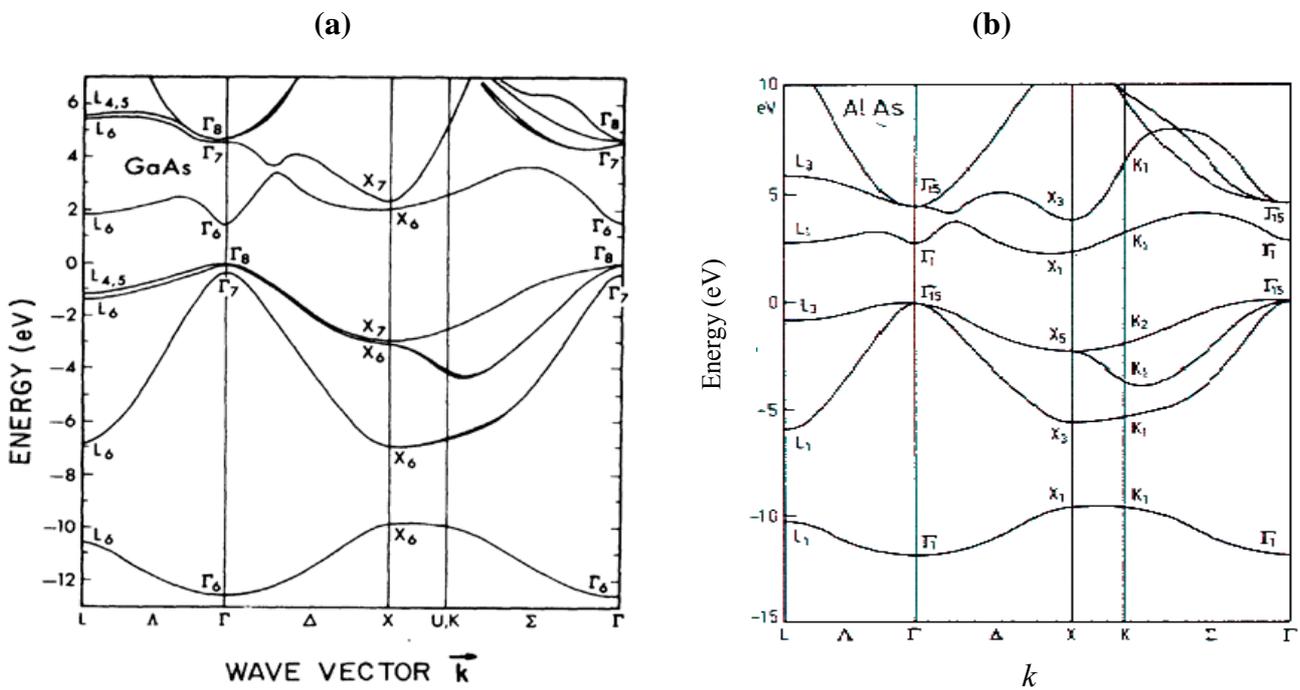


Figure 2.3 : Structure de bandes de GaAs d'après [Chelikowski 76] (a) et de AlAs d'après [Huang 85] (b).

Dans cet esprit, nous supposons que τ_3 peut être donné par

$$\frac{1}{\tau_3} = \frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{31}} + \frac{1}{\tau_{3c}}, \quad (2.11)$$

où τ_{3c} représente le temps de fuite des électrons dans le niveau 3 vers les états du continuum de la vallée Γ .

Dans le cas général, les transferts électroniques vers les vallées satellites devraient aussi être considérés et les états de la vallée X seraient alors traités de la même façon que les états de la vallée Γ . Le traitement du transfert des électrons vers les vallées satellites dans les lasers à CQ en $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ à différente teneur x en Al a été approfondi très récemment par une étude théorique

utilisant la méthode Monte Carlo par Gao *et al.* [Gao 06], [Gao 07a], [Gao 07b]. Dans la figure 2.4 [Gao 07a] la comparaison des caractéristiques à 77 et 300 K pour des matériaux de différente teneur x en Al confirme l'absence de transport des électrons vers les vallées X dans l' $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ pour $x=45\%$, concentration à laquelle le minimum de bande au point Γ devient supérieur au minimum de bande au point X [Gao 07a].

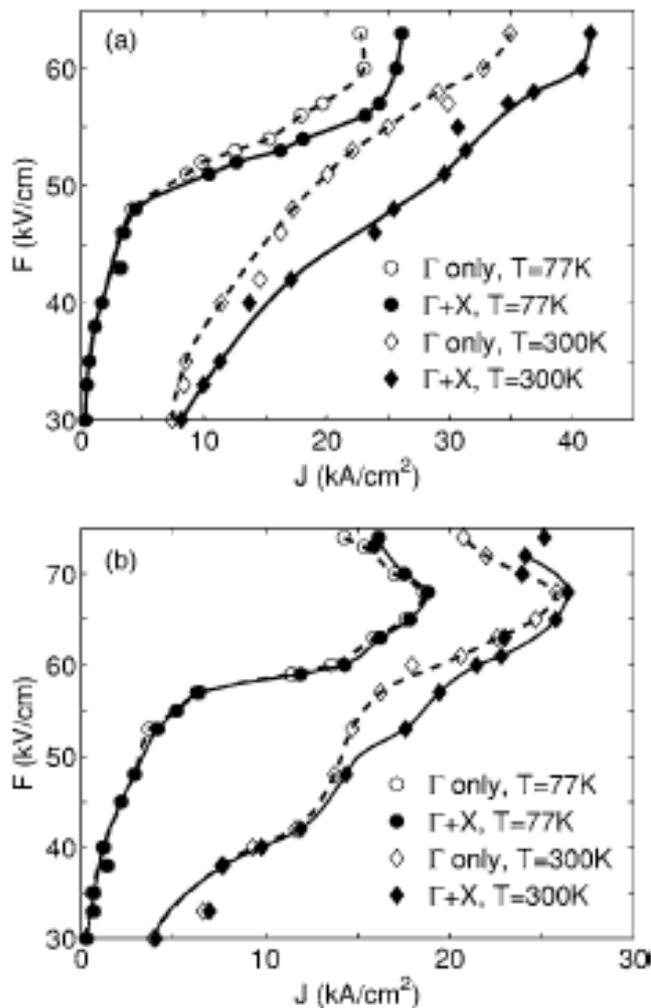


Figure 2.4 : Caractéristiques champ électrique en fonction de la densité du courant pour un laser à CQ à 33% en Al (a) et un laser à CQ à 45% en Al (b) à 77 et 300 K avec et sans transition vers les vallées X. Extrait de l'article de : X. Gao *et al.* [Gao 07a].

En outre, pour rendre notre étude plus aisée nous négligeons dans ce qui suit la fuite des électrons du niveau supérieur vers l'extracteur [Capasso 92] et nous approximations τ_{3c} par une formule de type thermo-ionique simple ($\tau_{3c} \approx \tau_{th}$).

Schneider *et al.* [Schneider 88] ont trouvé pour τ_{th} , le temps d'échappement des électrons vers les états du continuum, la relation suivante pour rendre compte de sa dépendance vis-à-vis de la température

$$\tau_{\text{th}}(T) = \left(\frac{2\pi m^* L_z^2}{k_B T} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{\Delta E_{\text{act}}}{k_B T} \right) \quad (2.12)$$

Dans cette dernière expression, m^* est la masse effective des électrons dans le niveau 3, ΔE_{act} est l'énergie d'activation (ΔE_c de la figure 2.1) entre le niveau supérieur de la transition laser et le bas des états du continuum, et L_z est la hauteur de la zone active d'une seule période. Quand la température augmente, les électrons acquièrent une énergie thermique suffisante pour vaincre la barrière énergétique imposée par ΔE_{act} et fuir dans le continuum. Ces fuites dues à l'énergie thermique entraînent un temps d'échappement faible des électrons vers les états du continuum.

2.4 Modélisation thermique du terme d'élargissement (FWHM)

Les nombreux paramètres caractérisant les lasers à CQ sont généralement sensibles à la température (courant de seuil, puissance optique, longueur d'onde, élargissement de la courbe d'électroluminescence (FWHM), etc...).

Dans ce paragraphe, nous cherchons à déterminer la variation thermique du terme d'élargissement (FWHM). Plusieurs sources inélastiques peuvent contribuer à l'augmentation du terme d'élargissement avec la température. Ces processus sont: l'émission ou l'absorption de phonons optique, ou acoustique ainsi que l'interaction électron-électron [Helm 00].

Dans le cas des lasers à CQ émettant dans l'infrarouge moyen, les interactions prépondérantes pour les électrons sont celles avec les phonons optiques, de faible vecteur d'onde \vec{q} c'est-à-dire ceux ayant de grandes longueurs d'onde [Helm 00]. Elles s'accompagnent de l'absorption ou de l'émission intra-sousbande d'un phonon, et l'énergie de l'électron varie ainsi d'une quantité égale à l'énergie du phonon mis en jeu [Helm 00].

Le taux de relaxation intra-sousbande ($1/\tau$) des électrons par ces processus où τ est le temps de décohérence électronique du niveau 3 et donc l'élargissement ($2\gamma = 2\hbar/\tau$)¹ qui en résulte peuvent être calculés en utilisant la relation suivante [Gelmont 95]

$$2\gamma(T) = \frac{e^2}{2\pi\hbar\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_s} \right) q_{ph} \times \begin{cases} n_{ph}(T) \\ (n_{ph}(T)+1) \theta(E - E_{ph}) \end{cases} \quad (2.13)$$

¹ Le lecteur désirant approfondir ses connaissances sur les processus d'élargissement dans les puits quantiques est invité à consulter par exemple l'article de T. Unuma *et al* : T. Unuma, M. Yoshita, T. Noda, H. Sakaki, H. Aliyama, J. Appl. Phys. 9 (2003) 1586.

où $q_{ph} = \sqrt{2m^* E_{ph}}$ avec E_{ph} représentant l'énergie des phonons optiques. La ligne du haut correspond au processus d'absorption d'un phonon et celle du bas à l'émission. La fonction de Heaviside $\theta(E - E_{ph})$ vaut 1 si $E > E_{ph}$ et 0 dans les autres cas.

Dans l'équation (2.13), $n_{ph}(T)$ est le facteur d'occupation de Bose-Einstein des phonons de vecteur d'ondes \vec{q} à la température T . Ce facteur est de la forme:

$$n_{ph}(T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_{LO}}{k_B T}\right) - 1} \quad (2.14)$$

L'évaluation du terme d'élargissement dû aux phénomènes thermiques sera donc entièrement décrite par la relation (2.13).

L'élargissement dû à l'absorption de phonons LO de vecteur d'onde \vec{q} , $2\gamma^{abs}$, et celui dû à l'émission $2\gamma^{em}$ sont donc de la forme:

$$2\gamma^{abs}(T) \propto n_{ph}(T) \quad (2.15)$$

$$2\gamma^{em}(T) \propto n_{ph}(T) + 1 \quad (2.16)$$

De (2.15) et (2.16), le terme d'élargissement dû à l'absorption et à l'émission s'écrit finalement:

$$2\gamma(T) \propto 2n_{ph}(T) + 1 \quad (2.17)$$

Pour les puits quantiques GaAs/Al_{0.45}Ga_{0.55}As les travaux de Page *et al.* [Page 01] donnent $2\gamma_{32}(77) = 12$ meV.

Le terme d'élargissement dépendant de la température normalisé à celui à température cryogénique (77 K) s'écrit :

$$\frac{2\gamma(T)}{2\gamma(77)} = \frac{2n_{ph}(T) + 1}{2n_{ph}(77) + 1}. \quad (2.18)$$

On retrouve donc la même relation que celle de Hsu *et al* [Hsu 00].

La figure 2.5 obtenue à l'aide de la relation (2.14) montre la variation du facteur d'occupation de phonons LO en fonction de la température pour différents matériaux semiconducteurs. On constate que la variation du nombre de phonons LO avec la température est faible aux basses températures et ce jusqu'à 77 K. L'allure générale traduit une augmentation exponentielle avec la température, de plus, à T constante le nombre de phonons LO diminue quand l'énergie de celui-ci augmente.

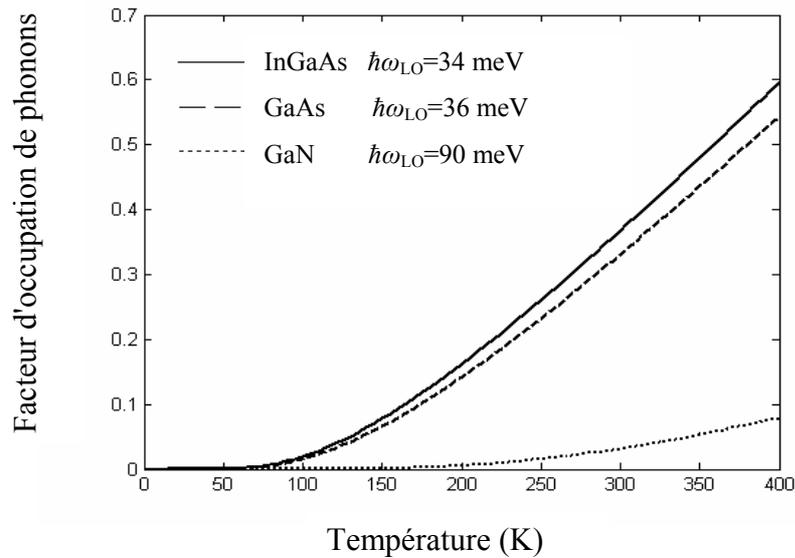


Figure 2.5 : Variation du nombre de phonons LO en fonction de la température pour différents matériaux semiconducteurs.

Sur la figure 2.6, nous avons représenté la variation en fonction de la température du terme d'élargissement (FWHM) entre les niveaux 3 et 2. Cette figure est obtenue en utilisant la relation (2.18) où on constate que la variation du FWHM est faible à basse température jusqu'à 77 K. A 200 et 300 K d'après nos calculs le terme d'élargissement vaut 15.3 et 19.8 meV respectivement tandis que les résultats expérimentaux de la référence [Page 01] sont 18 et 22 meV respectivement. Nous remarquons que nos valeurs sont cohérentes avec celles expérimentales de cette référence.

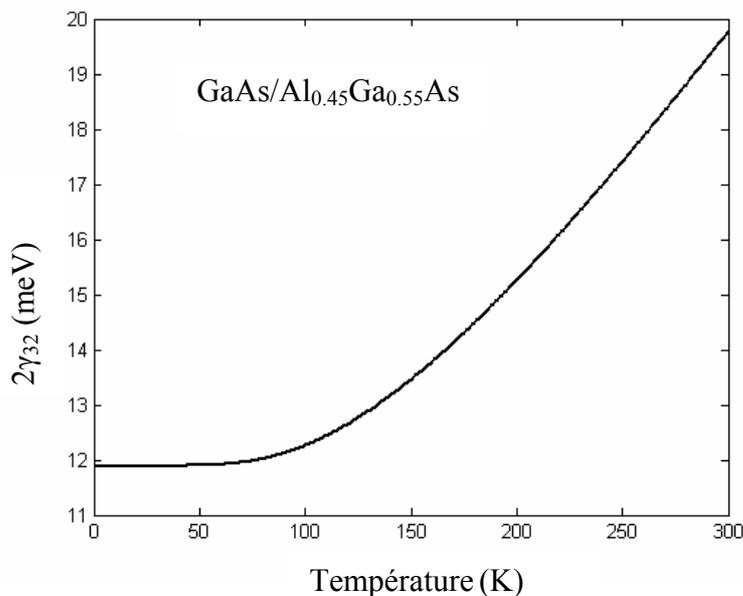


Figure 2.6 : Variation du terme d'élargissement en fonction de la température. L'énergie du phonon LO est de 36 meV pour le GaAs.

2.5 Modélisation thermique des temps de transition non radiative

Dans les systèmes à puits quantiques on note par τ_{if} le temps de transition inter-sousbandes des électrons entre les niveaux i et f . Ce temps est principalement limité par des mécanismes de relaxation non radiative comme l'émission ou l'absorption de phonons optiques et/ou acoustiques, la diffusion électron-électron, la diffusion par les impuretés et/ou sur les rugosités d'interfaces [Smet 96], [Unuma 03].

Dans le domaine de l'infrarouge moyen, l'interaction électron-phonon LO est le mécanisme de relaxation prédominant et le temps de relaxation inter-sousbandes correspondant est de l'ordre de la picoseconde [Ferreira 89]. Sun *et al.* [Sun 93] ont montré, dans un système à puits quantiques, que les temps de transitions inter-sousbandes peuvent être calculés explicitement en fonction de la température à partir de la relation suivante:

$$\frac{1}{\tau_{if}(T)} = C_{if}^{em} (n_q(T) + 1) + C_{if}^{abs} n_q(T). \quad (2.19)$$

Les coefficients C_{if}^{em} et C_{if}^{abs} associés respectivement à l'émission et l'absorption de phonons LO sont en général différents. Ils sont donnés par :

$$C_{if}^{em} = \frac{e^2 \omega_{LO}}{8\pi} \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_s} \right) \times \int \frac{|G_{if}(q_z)|^2}{\sqrt{\frac{\hbar^4 k^2 q_z^2}{m^{*2}} + \left(\frac{\hbar^2 q_z^2}{2m^*} + E_i - E_f - \hbar\omega_{LO} \right)^2}} dq_z \quad (2.20)$$

$$C_{if}^{abs} = \frac{e^2 \omega_{LO}}{8\pi} \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_s} \right) \times \int \frac{|G_{if}(q_z)|^2}{\sqrt{\frac{\hbar^4 k^2 q_z^2}{m^{*2}} + \left(\frac{\hbar^2 q_z^2}{2m^*} + E_i - E_f + \hbar\omega_{LO} \right)^2}} dq_z, \quad (2.21)$$

où k est la composante du vecteur d'onde parallèle à l'interface, q_z est la composante du vecteur d'onde du phonon LO dans la direction de croissance et $G_{if}(q_z)$ est l'intégrale de recouvrement de l'interaction électron-phonon donnée par :

$$G_{if}(q_z) = \left\langle f \left| e^{iq_z z} \right| i \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_i(z) \cdot \chi_f^*(z) e^{iq_z z} dz. \quad (2.22)$$

A partir des expressions (2.20) et (2.21) nous pouvons comparer les deux coefficients pour l'émission et l'absorption en considérant deux cas distincts : L'énergie de transition est 1) proche et 2) très supérieure à l'énergie du phonon LO.

- $E_i - E_f \approx \hbar\omega_{LO}$: on peut remarquer que les expressions (2.20) et (2.21) fournissent des valeurs très différentes des deux coefficients lorsque l'énergie de transition et l'énergie du phonon LO sont proches. Dans ce cas le processus d'émission domine.

$$C_{if}^{em} \gg C_{if}^{abs}. \quad (2.23)$$

- $E_i - E_f \gg \hbar\omega_{LO}$: on peut remarquer que les expressions (2.20) et (2.21) fournissent deux coefficients de valeurs comparables lorsque l'énergie de transition est très supérieure à l'énergie du phonon LO.

$$C_{if}^{em} \approx C_{if}^{abs}. \quad (2.24)$$

Avec ces approximations on obtient la dépendance en température du temps de transition des électrons entre les différents niveaux.

2.5.1 Transition 2 vers 1

Dans les lasers à CQ, étant donné que le niveau laser bas, niveau 2, est dépeuplé vers le niveau fondamental 1 via des transitions non radiatives qui sont favorisées par la résonance entre l'énergie de la transition E_2-E_1 et l'énergie du phonon LO ($\hbar\omega_{LO}=36$ meV pour le GaAs), les coefficients C_{21}^{em} et C_{21}^{abs} sont très différents et par conséquent tenant compte du fait

que $C_{21}^{em} = \frac{1}{\tau_{21}(0)}$, on déduit à l'aide des relations (2.19) et (2.23) que

$$\tau_{21}(T) = \tau_{21}^c \frac{1+n_q(77)}{1+n_q(T)}. \quad (2.25)$$

2.5.2 Transition 3 vers 2

Dans le cas des lasers à CQ émettant dans l'infrarouge moyen en particulier, l'énergie de transition entre les niveaux 3 et 2 de la transition laser est supérieure à l'énergie du phonon LO, les coefficients C_{32}^{em} et C_{32}^{abs} sont alors comparables et par conséquent pour la transition 3 vers 2, à l'aide de la relation (2.19) on déduit la relation suivante

$$\frac{1}{\tau_{32}(T)} = C_{32}^{em} (n_q(T) + 1) + C_{32}^{abs} n_q(T). \quad (2.26)$$

Des relations (2.24) et (2.26), on tire $C_{32}^{abs} \approx C_{32}^{em} = \frac{1}{\tau_{32}(0)}$, et donc

$$\tau_{32}(T) = \tau_{32}^c \frac{1+2n_q(77)}{1+2n_q(T)}. \quad (2.27)$$

2.5.3 Transition 3 vers 1

Comme le cas précédent, la séparation énergétique entre le niveau laser 3 et le niveau fondamental 1 est plus grande que l'énergie du phonon LO, les coefficients C_{31}^{em} et C_{31}^{abs} sont comparables et par conséquent pour la transition 3 vers 1 on déduit à l'aide de la relation (2.19) ce qui suit

$$\frac{1}{\tau_{31}(T)} = C_{31}^{em} (n_q(T) + 1) + C_{31}^{abs} n_q(T). \quad (2.28)$$

Des relations (2.24) et (2.28), on tire pour $C_{31}^{abs} \approx C_{31}^{em} = \frac{1}{\tau_{31}(0)}$ la relation suivante

$$\tau_{31}(T) = \tau_{31}^c \frac{1 + 2n_q(77)}{1 + 2n_q(T)}. \quad (2.29)$$

2.5.4 Durée de vie du niveau 3

Si nous prenons en compte les contributions des temps thermo-ioniques τ_{th} , du temps τ_{32} associé à la transition 3 vers 2, et celui de la transition 3 vers 1, τ_{31} , la durée de vie $\tau_3(T)$ du niveau 3 en fonction de la température s'écrit

$$\frac{1}{\tau_3(T)} = \frac{1}{\tau_{th}(T)} + \frac{1}{\tau_{32}(T)} + \frac{1}{\tau_{31}(T)}. \quad (2.30)$$

Des équations (2.27) et (2.29), on obtient l'équation suivante :

$$\frac{1}{\tau_3(T)} = \frac{1}{\tau_{th}(T)} + \frac{1}{\tau_{32}^c} \frac{1 + 2n_q(T)}{1 + 2n_q(77)} + \frac{1}{\tau_{31}^c} \frac{1 + 2n_q(T)}{1 + 2n_q(77)} \quad (2.31)$$

$$= \frac{1}{\tau_{th}(T)} + \left(\frac{1}{\tau_{32}^c} + \frac{1}{\tau_{31}^c} \right) \frac{1 + 2n_q(T)}{1 + 2n_q(77)} \quad (2.32)$$

soit

$$\tau_3(T) = \left(\frac{1}{\tau_{th}(T)} + \frac{1}{\tau_3^c} \frac{1 + 2n_q(T)}{1 + 2n_q(77)} \right)^{-1}. \quad (2.33)$$

Dans les équations ci-dessus $\tau_{21}^c, \tau_{32}^c, \tau_{31}^c$ sont les temps de transition non radiative cryogéniques des électrons entre les niveaux 2 et 1, 3 et 2, et 3 et 1, respectivement, tandis que $\tau_3^c = (1/\tau_{32}^c + 1/\tau_{31}^c)^{-1}$ est la durée de vie totale du niveau 3 à une température cryogénique.

Sur la figure 2.7 sont représentées les variations en fonction de la température des temps de transition non radiative des électrons dans les différents niveaux. Cette figure montre

clairement que les temps de transition inter-sousbandes diminuent lorsque la température dépasse la température cryogénique ($T=77$ K).

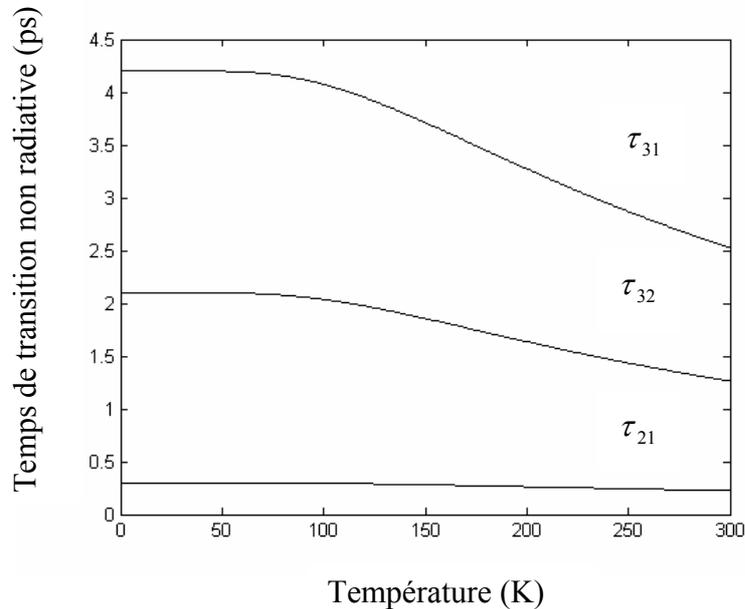


Figure 2.7 : Variation des temps de transition non radiative des électrons dans les niveaux laser en fonction de la température.

Notons en outre que les temps de transition chutent d'un facteur de 40% pour τ_{32} et τ_{31} , tandis que pour τ_{21} la chute est de l'ordre de 25% lorsque la température passe de 0 à 300 K.

Dans la figure 2.8, la durée de vie du niveau 3 en fonction de la température est schématisée en trait plein, la même grandeur mais sans émission thermo-ionique en tirés. Sur cette figure on constate qu'après une très légère variation de τ_3 pour des températures inférieures à la température cryogénique (77 K), une chute drastique est observée pour des températures au-delà de 77 K. Cette chute est très importante lorsqu'on tient compte de l'émission thermo-ionique. Cet effet trouve sa cause dans la fuite thermique des électrons due à l'énergie d'activation et dans l'augmentation de la population des phonons LO. En effet, quand la température augmente, les électrons du niveau 3 acquièrent une énergie suffisante pour échapper du milieu active vers les états du continuum. Par conséquent on déduit que la caractéristique de l'émission thermo-ionique est son inefficacité à basse température.

Sirtori *et al.* [Sirtori 02] et Ortiz *et al.* [Ortiz 03] ont montré la possibilité de réduire l'effet thermique par augmentation dans la teneur x en Al.

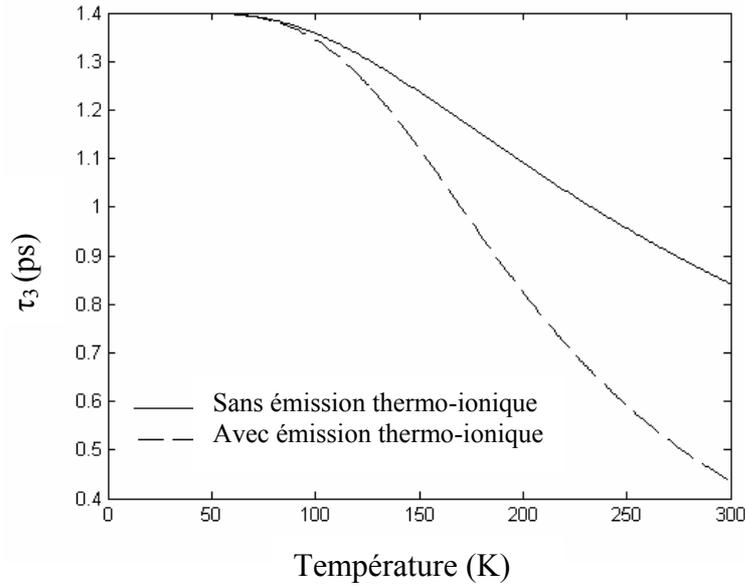


Figure 2.8 : Variation de la durée de vie du niveau 3 en fonction de la température.

2.6 Solutions stationnaires

2.6.1 Population des niveaux 3 et 2

Les caractéristiques physiques des lasers à CQ peuvent être définies pour un état de fonctionnement donné. Les paramètres suivants : Populations des niveaux et nombre de photons, n'évoluant plus dans le temps, les dérivées par rapport au temps de ces grandeurs s'annulent, le système d'équations (2.1) permet alors d'obtenir respectivement le système suivant pour les populations des niveaux 3 et 2:

$$\left(\frac{1}{\tau_3} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}\right) N_3 - \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph} N_2 = \eta WL \frac{J}{e} \quad (2.34a)$$

$$\left(\frac{1}{\tau_{32}} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}\right) N_3 - \left(\frac{1}{\tau_{21}} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}\right) N_2 = -(1 - \eta) WL \frac{J}{e}. \quad (2.34b)$$

Le système (2.34) admet comme déterminant l'expression suivante :

$$\det = -\frac{1}{\tau_{21}\tau_3} - \left(\frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_{21}} - \frac{1}{\tau_{32}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}. \quad (2.35)$$

Ainsi, le système d'équations (2.34) permet de calculer les populations des niveaux 3 et 2 en fonction du nombre de photons N_{ph} dans la cavité.

$$N_3 = \frac{1}{\det} \begin{vmatrix} \eta WL \frac{J}{e} & -\Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph} \\ -(1-\eta) WL \frac{J}{e} & -\left(\frac{1}{\tau_{21}} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}\right) \end{vmatrix}, \quad (2.36)$$

$$N_3 = \frac{\left(\frac{\eta}{\tau_{21}} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}\right) WL \frac{J}{e}}{\frac{1}{\tau_{21} \tau_3} + \left(\frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_{21}} - \frac{1}{\tau_{32}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}. \quad (2.37)$$

$$N_2 = \frac{1}{\det} \begin{vmatrix} \left(\frac{1}{\tau_3} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}\right) & \eta WL \frac{J}{e} \\ \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}\right) & -(1-\eta) WL \frac{J}{e} \end{vmatrix}, \quad (2.38)$$

$$N_2 = \frac{\left((1-\eta) \frac{1}{\tau_3} + \eta \frac{1}{\tau_{32}} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}\right) WL \frac{J}{e}}{\frac{1}{\tau_{21} \tau_3} + \left(\frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_{21}} - \frac{1}{\tau_{32}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}. \quad (2.39)$$

2.6.2 Inversion de population inter-sousbandes

En introduisant l'inversion de population inter-sousbandes $\Delta N = N_3 - N_2$ entre les niveaux correspondant à la transition laser, on obtient

$$\Delta N = \frac{\left(\frac{\eta}{\tau_{21}} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}\right) WL \frac{J}{e}}{\frac{1}{\tau_{21} \tau_3} + \left(\frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_{21}} - \frac{1}{\tau_{32}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}} - \frac{\left((1-\eta) \frac{1}{\tau_3} + \eta \frac{1}{\tau_{32}} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}\right) WL \frac{J}{e}}{\frac{1}{\tau_{21} \tau_3} + \left(\frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_{21}} - \frac{1}{\tau_{32}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}. \quad (2.40)$$

Par suite, l'inversion de population ΔN devient :

$$\Delta N = \frac{\left(\eta \frac{1}{\tau_{21}} - (1-\eta) \frac{1}{\tau_3} - \eta \frac{1}{\tau_{32}}\right) WL \frac{J}{e}}{\frac{1}{\tau_{21} \tau_3} + \left(\frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_{21}} - \frac{1}{\tau_{32}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}. \quad (2.41)$$

Multiplions et divisons l'équation (2.41) par $\tau_{21} \tau_3$, on obtient l'équation de dépendance en température de l'inversion de population stationnaire présentant le phénomène de saturation [Rosencher 98], c'est-à-dire se mettant sous la forme

$$\Delta N(T) = \frac{\left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)}\right)\eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} \right) \tau_3(T) WL \frac{J}{e}}{1 + \frac{N_{\text{ph}}}{N_{\text{ph,sat}}(T)}}, \quad (2.42)$$

où $N_{\text{ph,sat}}$ est le nombre de photons de saturation, donné explicitement en fonction de la température par :

$$N_{\text{ph,sat}}(T) = \frac{V \epsilon_0 n_{\text{eff}} \lambda}{4\pi e^2 z_{32}^2 c' \Gamma} \frac{2\gamma_{32}(T)}{\tau_3(T) \left(1 + \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{31}(T)} + \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{\text{th}}(T)} \right)}. \quad (2.43)$$

Pour avoir une inversion de population inter-sousbandes positive, il faut que l'efficacité d'injection obéisse à l'inégalité suivante, obtenue en imposant que le numérateur de l'équation (2.42) soit supérieur à zéro :

$$1) \eta > \eta_{\min}(T) = \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T) - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)} \tau_3(T) + \tau_{21}(T)} \quad (2.44)$$

Dans l'équation (2.42) l'inversion de population aura toujours lieu tant que 1) le temps de transition non radiative τ_{21} est très court du fait de la résonance avec l'énergie du phonon LO et 2) l'efficacité d'injection η est supérieur à sa valeur minimale η_{\min} . Ce résultat peut être comparé à celui des lasers conventionnels à trois niveaux. Alors que l'inversion de population inter-sousbandes est obtenue facilement pour un laser à CQ, par exemple dans les zones actives à trois puits quantiques [Faist 96], [Page 01], dans le cas des lasers conventionnels à trois niveaux, comme celui du laser à rubis [Dangoisse 98], il faut que le pompage optique soit suffisamment intense pour atteindre l'inversion de population.

A partir de l'expression (2.42), on peut obtenir deux paramètres importants :

- L'inversion de population en cavité froide: En cavité froide l'inversion de population en l'absence du champ (cavité froide) est obtenue en posant $N_{\text{ph}}=0$ dans la relation (2.42).

$$\Delta N_{(0)}(T) = \left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)}\right)\eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} \right) \tau_3(T) WL \frac{J}{e} \quad (2.45)$$

- L'inversion de population au seuil: Au seuil d'oscillation l'inversion de population est obtenue en remplaçant J par J_{th} dans la relation (2.42) tout en prenant $N_{\text{ph}}=0$.

$$\Delta N_{th}(T) = \left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)} \right) \eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} \right) \tau_3(T) WL \frac{J_{th}}{e}. \quad (2.46)$$

En général, l'équation (2.45) montre clairement qu'aussi bien l'augmentation de la température et qu'une injection de faible efficacité dégrade le phénomène d'inversion de population inter-sousbandes. Cet effet trouve sa cause dans le couplage du niveau supérieur de la transition laser avec les états du continuum par effet thermo-ionique, et/ou dans les transitions directes entre les niveaux de l'injecteur et le niveau inférieur du laser,...etc. Ce type de comportement est présenté sur la figure 2.9 pour une injection parfaite $\eta = 1$ et à différentes courants d'injection ($I = WLJ$).

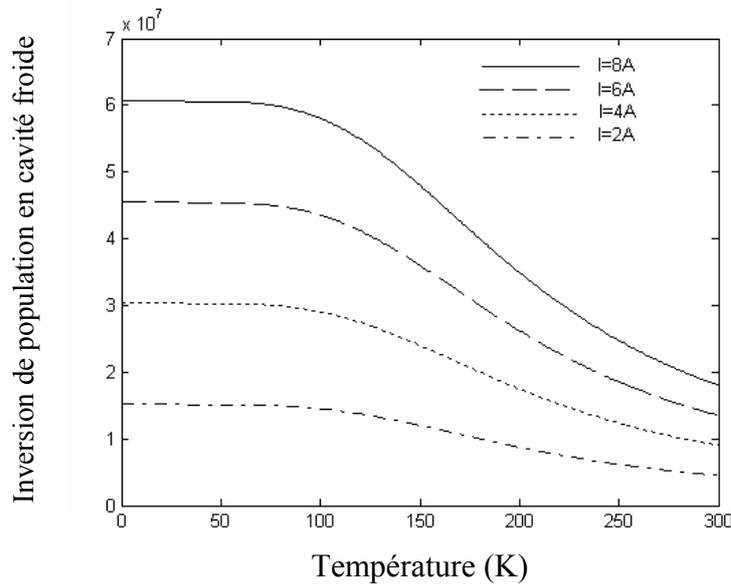


Figure 2.9: Variation de l'inversion de population en cavité froide en fonction de la température pour différents courants d'injection ($I = WLJ$).

2.6.3 Densité du courant de seuil

La densité du courant de seuil correspond physiquement à la valeur du courant d'injection nécessaire au laser pour que le processus d'émission stimulée démarre. Les lasers bipolaires à semiconducteurs présentent un seuil de transparence dans lequel le gain interbandes est nul et un seuil d'oscillation où le gain compense les pertes de la cavité [Rosencher 98]. Au contraire, dans le cas des lasers unipolaires à CQ, seul le seuil d'oscillation intervient. Ce seuil est atteint lorsque les pertes de la cavité sont compensées par le gain modal inter-sousbandes, c'est-à-dire que le gain est égal aux pertes. Cette condition s'écrit

$$N \frac{\Gamma \sigma_{32}}{V} \Delta N_{th} = \alpha_w + \alpha_m. \quad (2.47)$$

En utilisant l'équation (2.46), avec l'aide de l'équation (2.6), l'équation suivante pour la densité du courant de seuil est obtenue:

$$J_{th}(T) = \frac{\varepsilon_0 n_{\text{eff}} \lambda L_p}{4\pi e z_{32}^2} \frac{\alpha_w + \alpha_m}{\Gamma} \frac{2\gamma_{32}(T)}{\tau_3(T) \left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)}\right) \eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} \right)}. \quad (2.48)$$

L'équation (2.48) montre que la densité du courant de seuil peut être améliorée soit en augmentant la longueur de la cavité, soit les valeurs des réflectivités aux facettes.

Ortiz *et al.* [Ortiz 03] ont montré, dans le système GaAs/Al_xGa_{1-x}As, que la densité du courant de seuil peut être calculée en fonction de la température à partir de la relation semi-empirique suivante (2.49) déduite à partir des résultats expérimentaux du terme d'élargissement.

$$J_{th}(T) = J_{th}^c \left(1 + \frac{\tau_{ph}(T)}{\tau_{th}(T)} \right) \frac{\tau_{ph}^c}{\tau_{ph}(T)} \frac{g_c^c}{g_c(T)} \quad (2.49)$$

où J_{th}^c , τ_{ph}^c et g_c^c sont, respectivement à température cryogénique, la densité du courant de seuil, la durée de vie non radiative de l'électron dans le niveau 3 et le gain différentiel par unité de longueur défini dans la référence [Faist 00], tandis que $\tau_{ph}(T)$ et $g_c(T)$ sont, respectivement à température T , la durée de vie non radiative de l'électron dans le niveau 3 en l'absence de l'émission thermo-ionique et le gain différentiel par unité de longueur.

Ces auteurs ont montré que cette dernière relation s'adapte bien aux résultats expérimentaux de la littérature [Sirtori 98a], [Page 01], [Becker 02]. Pour des températures de fonctionnement plus élevées, au-delà de 200 K, la relation semi-empirique (2.49) n'est pas applicable dans le système GaAs/Al_xGa_{1-x}As pour x=33% [Ortiz 03].

Plusieurs études expérimentales de la densité du courant de seuil J_{th} en fonction de la température ont été réalisées dans les lasers à CQ. Höfling *et al.* [Höfling 06] ont montré expérimentalement, dans un laser à CQ en GaAs/Al_{0.45}Ga_{0.55}As, que J_{th} augmente exponentiellement avec la température. Ce résultat montre la forte dépendance de J_{th} vis-à-vis des fuites des électrons dans les différents canaux de transport.

Afin de vérifier la validité de notre modèle, nous allons maintenant l'appliquer aux résultats expérimentaux obtenus par Höfling *et al.* [Höfling 06].

La figure 2.10 montre une comparaison entre les résultats théoriques exposés dans ce paragraphe avec les mesures obtenues par Höfling *et al.* [Höfling 06]. Le trait plein est pour les résultats théoriques obtenus en utilisant l'équation (2.48) avec une efficacité d'injection unité alors que les symboles représentent les résultats expérimentaux de Höfling *et al.*

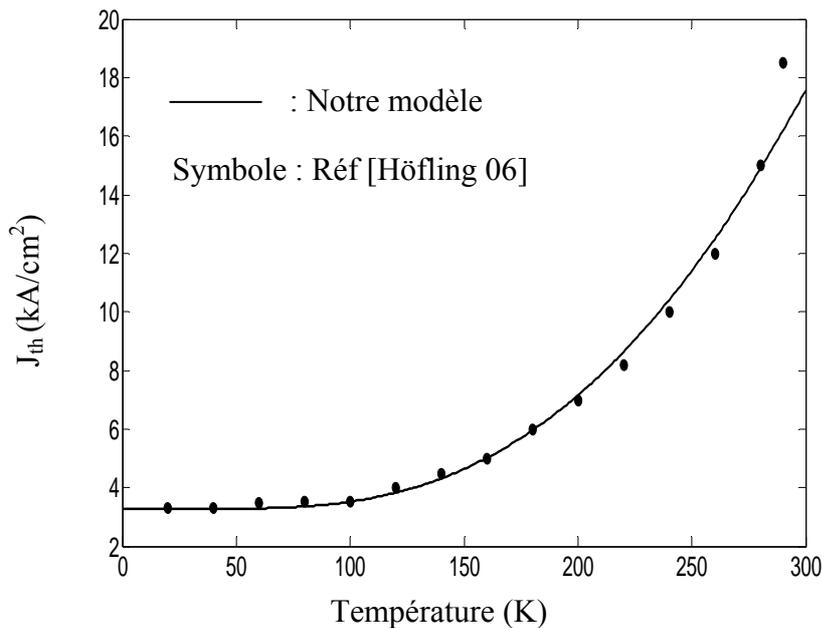


Figure 2.10 : Densité du courant de seuil en fonction de la température. Trait plein: Courbe théorique avec une injection parfaite $\eta = 1$. Symboles : Résultats expérimentaux de Höfling *et al.* [Höfling 06].

L'augmentation de la densité du courant de seuil avec la température est attribuée premièrement à la réduction de la durée de vie totale des électrons dans le niveau 3, dû au processus de l'émission thermo-ionique, et deuxièmement à l'augmentation du nombre de phonons LO avec la température. Notre calcul montre clairement un bon accord avec les données expérimentales. Comme comparaison avec les résultats expérimentaux de Höfling *et al.*, notre modèle sous-estime J_{th} d'environ 12% à $T = 290$ K. Cette sous-estimation est probablement due au fait que l'efficacité d'injection dans le niveau supérieur de la transition laser diffère de 1. Cette remarquable singularité est observée aussi, par ailleurs, par Ortiz *et al.* à $T = 300$ K en utilisant la relation semi-empirique (2.49) dans le système GaAs/Al_xGa_{1-x}As pour $x = 45\%$ [Ortiz 03]. Néanmoins l'accord entre nos résultats théoriques et ceux expérimentaux de Höfling *et al.* est bien en faveur de notre modèle.

2.6.4 Nombre de photons

En régime stationnaire, l'équation de dépendance en température du nombre de photons dans la cavité est obtenue en utilisant l'équation (2.1c):

$$N \frac{\Gamma c' \sigma_{32}(T)}{V} \Delta N(T) N_{ph} - \frac{N_{ph}}{\tau_p} = 0 \quad (2.50)$$

En tenant compte de l'équation (2.42), réécrivons l'équation (2.50) sous la forme

$$N_{ph} \left[\frac{N \Gamma \frac{c' \sigma_{32}(T)}{V} \left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)}\right) \eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} \right) \tau_3(T) WL \frac{J}{e} - \frac{1}{\tau_p}}{1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}(T)}} \right] = 0 \quad (2.51)$$

En effet, on peut facilement vérifier que l'équation (2.51) admet une solution pour laquelle $N_{ph} = 0$. Cette solution, dite triviale, correspond à l'absence d'émission de photons.

La deuxième solution de l'équation (2.51) s'écrit :

$$1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}(T)} = N \frac{\Gamma c' \sigma_{32}(T)}{V} \tau_p \left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)}\right) \eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} \right) \tau_3(T) WL \frac{J}{e} \quad (2.52)$$

En utilisant (2.48) avec l'aide de (2.6), l'équation (2.52) prend finalement la forme suivante :

$$N_{ph}(T) = N_{ph,sat}(T) \left(\frac{J}{J_{th}(T)} - 1 \right) \quad (2.53)$$

On constate que le nombre de photons N_{ph} dans la cavité est directement lié à la température via le nombre de photons de saturation et la densité du courant de seuil. Cette variation est une simple fonction linéaire de la densité du courant d'injection J . On voit également que N_{ph} n'est non nul qu'au-delà de la densité du courant de seuil $J_{th}(T)$ dont l'expression a déjà été trouvée plus haut.

En remplaçant (2.53) dans l'équation (2.42), on obtient l'équation donnant l'inversion de population stationnaire.

$$\Delta N(T) = \left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)}\right) \eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} \right) \tau_3(T) WL \frac{J_{th}(T)}{e}. \quad (2.54)$$

2.7 Gain modal

En physique des lasers, le nombre de photons présents dans la cavité ne peut pas augmenter indéfiniment à chaque tour de cavité. En effet, le gain est presque toujours une

fonction décroissante du nombre de photons à cause des effets de saturation qui apparaissent quand le nombre de photons est important. Il s'ensuit que le gain saturé est plus petit que le gain maximal non saturé.

Dans les lasers à CQ, l'élévation de la température conduit à une augmentation du terme d'élargissement et une diminution des temps de transition non radiative des électrons dans les niveaux laser. Ainsi, lorsque la température augmente, l'échappement des électrons vers les états du continuum dû à l'effet thermo-ionique augmente considérablement. Cette augmentation de la fuite conduit à une diminution de la durée de vie du niveau 3. Ces variations conduisent généralement à une dégradation de l'inversion de population inter-sousbandes et une diminution de la section efficace et donc du gain modal. Ce gain modal $G_M(T)$ est exprimé en fonction de l'inversion de population inter-sousbandes $\Delta N(T)$ et de la section efficace d'émission stimulée $\sigma_{32}(T)$ par [Iizuka 02] :

$$G_M(T) = \frac{\Gamma}{V} \sigma_{32}(T) \Delta N(T). \quad (2.55)$$

L'inversion de population suit dans sa saturation la relation (2.42), avec le paramètre de saturation ou le nombre de photons de saturation donné par la relation (2.43).

L'insertion de l'équation (2.42) dans l'équation (2.55) conduit immédiatement à la variation du gain modal saturé en fonction du nombre de photons qui s'exprime comme

$$G_M(T) = \frac{G_M^{(0)}(T)}{1 + \frac{N_{\text{ph}}}{N_{\text{ph,sat}}(T)}} \quad (2.56)$$

Dans l'équation (2.56) nous avons introduit le gain modal non saturé

$$G_M^{(0)}(T) = \frac{\Gamma}{V} \sigma_{32}(T) \left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)}\right) \eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} \right) \tau_3(T) WL \frac{J}{e}. \quad (2.57)$$

En utilisant (2.57), l'expression du gain modal non saturé à température T normalisée à celui à la température cryogénique (gain modal non saturé relatif (GMNR)), peut être écrit comme suit :

$$\frac{G_M^{(0)}(T)}{G_M^{(0)}(77)} = \frac{\sigma_{32}(T)}{\sigma_{32}(77)} \frac{\left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)}\right) \eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} \right) \tau_3(T)}{\left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(77)}{\tau_{32}(77)}\right) \eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(77)}{\tau_3(77)} \right) \tau_3(77)}. \quad (2.58)$$

Compte tenu de ce que la section efficace d'émission stimulée est liée explicitement à la température, via les expressions (2.6) et (2.17), par la relation

$$\frac{\sigma_{32}(T)}{\sigma_{32}(77)} = \frac{2n_q(77) + 1}{2n_q(T) + 1}. \quad (2.59)$$

Ré-écrivons (2.58) sous la forme définitive

$$\frac{G_M^{(0)}(T)}{G_M^{(0)}(77)} = \frac{\left(\left(1 - \frac{\tau_{21}^c}{\tau_{32}^c} \frac{2n_q(T) + 1}{n_q(T) + 1} \right) \eta - (1 - \eta) \left(\frac{\tau_{21}^c}{\tau_{th}} \frac{1}{n_q(T) + 1} + \frac{\tau_{21}^c}{\tau_3^c} \frac{2n_q(T) + 1}{n_q(T) + 1} \right) \right)}{(2n_q(T) + 1) \left(1 + 2n_q(T) + \frac{\tau_3^c}{\tau_{th}} \right) \left(\left(1 - \frac{\tau_{21}^c}{\tau_{32}^c} \right) \eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}^c}{\tau_3^c} \right)}. \quad (2.60)$$

Donc, le gain modal non saturé relatif est une fonction de l'efficacité d'injection, des temps de transition non radiative et de la population de phonons.

L'évolution du gain modal non saturé relatif (GMNR) en fonction de la température avec et sans effets de l'émission thermo-ionique est illustrée sur la figure 2.11 pour trois valeurs de l'efficacité d'injection $\eta = 1, 0.75,$ et 0.5 . Les résultats ont été normalisés à ceux à la température cryogénique, pour simplifier la comparaison.

Comme montré sur la figure, à haute température le GMNR est très sensible à l'efficacité d'injection.

Pour des valeurs très élevées du temps d'émission thermo-ionique ($\tau_{th} \rightarrow \infty$), c'est-à-dire à basse température ($T \leq 77$ K), le processus de fuite des électrons vers les états du continuum devient pratiquement négligeable et par conséquent le GMNR sans émission thermo-ionique s'écrit comme $G_M^{(0)}(T) / G_M^{(0)}(77) = 1 / (1 + 2n_q(T))^2$.

Au contraire, l'augmentation de la température permet d'une part, d'augmenter le processus de fuite des électrons vers les états du continuum et donc de diminuer la durée de vie du niveau 3, et d'autre part d'augmenter le nombre de phonons LO qui à son tour conduit à la diminution des temps de transition non radiative ainsi qu'à une augmentation du FWHM. Cette dépendance vis-à-vis de la température conduit à la dégradation du GMNR. Par exemple à température ambiante, le GMNR décroît 5 fois plus pour $\eta = 1$, et 10 fois plus pour $\eta = 0.5$, comparé au cas cryogénique.

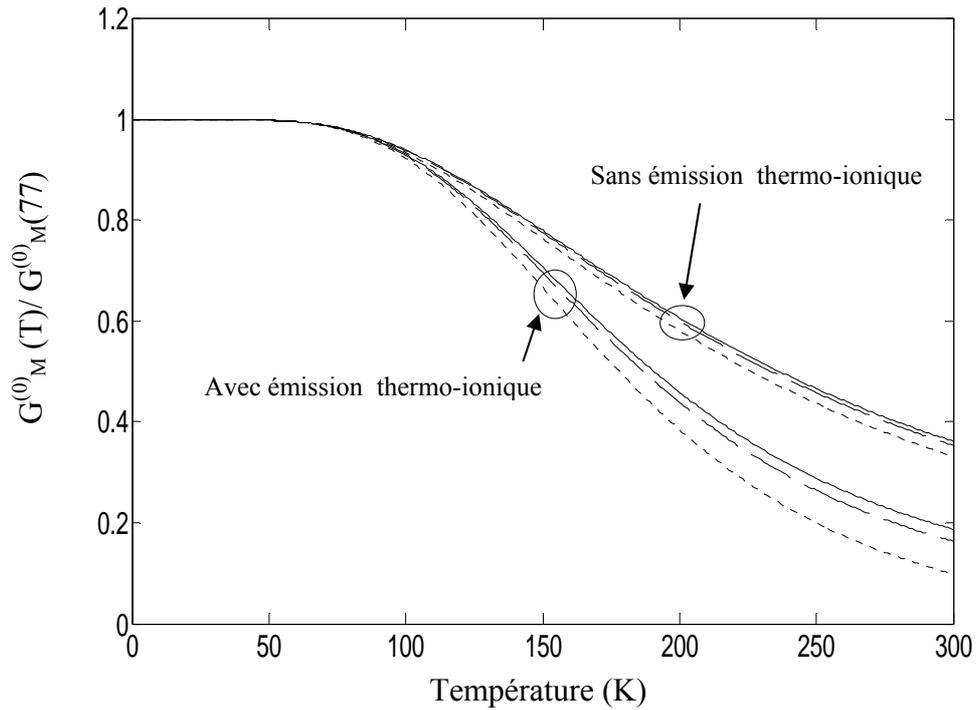


Figure 2.11 : Calcul du gain modal non saturé relatif $G_M^{(0)}(T)/G_M^{(0)}(77)$ avec et sans émission thermo-ionique. Les courbes en pointillés, en tirets, et en traits pleins correspondent, respectivement à $\eta = 0.5, 0.75$ et 1.

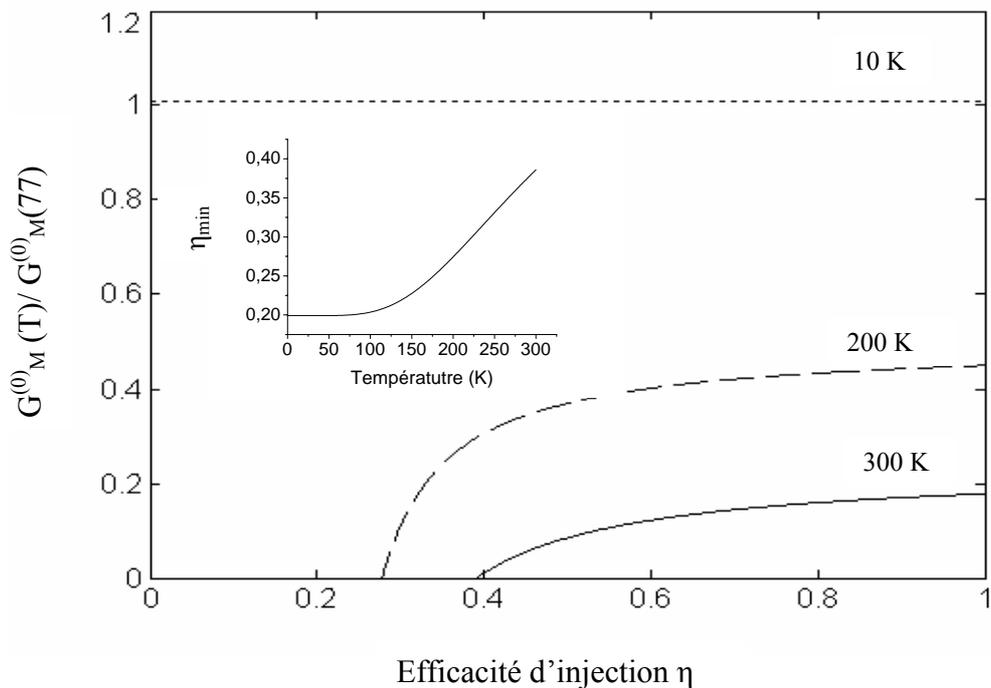


Figure. 2.12: Gain modal non saturé relatif $G_M^{(0)}(T)/G_M^{(0)}(77)$ en fonction de l'efficacité d'injection η . Les courbes en pointillés, tirets, et en traits pleins correspondent, respectivement à $T=10, 200,$ et 300 K. En encart, l'efficacité d'injection minimale en fonction de la température obtenue en utilisant la relation (2. 44).

Dans la figure 2.12, le GMNR est montré en fonction de l'efficacité d'injection η pour différentes températures $T=10, 200$ et 300 K. En encart, nous avons tracé l'efficacité d'injection minimale en fonction de la température en utilisant la relation (2. 44).

A basse température le GMNR ne varie pas avec l'efficacité d'injection mais lorsque la température augmente, l'effet de l'efficacité d'injection intervient. Le GMNR calculé $G_M^{(0)}(T)/G_M^{(0)}(77) = 0.45$ à $T=200$ K pour une injection parfaite est approximativement 2 fois plus petit que la valeur $G_M^{(0)}(T)/G_M^{(0)}(77) = 1$ à 10 K. Cet effet est dû aux fuites des électrons vers les états du continuum et à l'augmentation du nombre de phonons LO. Une situation analogue est obtenue expérimentalement par Barbieri *et al.* dans le laser à CQ en GaAs/Al_{0.33}Ga_{0.67}As [Barbieri 00]. D'une façon générale, ce paramètre est mal connu et très peu discuté dans la littérature parce que les données expérimentales sont très rares.

2.8 Puissance optique émise

La puissance optique émise par un laser à CQ peut être calculée à partir des équations du bilan. La puissance optique en Watt émise par facette $P_{1, \text{émise}}$ ($P_{2, \text{émise}}$) est donnée par l'énergie de l'ensemble des photons de la cavité, c'est à dire $N_{ph} \hbar \omega$, divisé par le temps de vie des photons dans la cavité en l'absence du milieu à gain optique, c'est-à-dire sans tenir compte des pertes dues au milieu, soit $\tau_{m,1} = 1/(c' \alpha_{m,1})$ ($\tau_{m,2} = 1/(c' \alpha_{m,2})$) [Rosencher 98]. Ce temps de vie des photons est dû principalement aux pertes par transmission à travers les facettes de la cavité.

En effet, l'inverse de ce temps de vie représente bien le taux auquel les photons quittent la cavité par transmission à travers les miroirs. Ce taux multiplié par l'énergie des photons représente donc bien la puissance émise par facette. Pour connaître la puissance optique totale émise il faut ajouter la puissance optique émise de chacune des facettes.

Cette puissance émise P est donnée par [Rosencher 98]:

$$P = P_{1, \text{émise}} + P_{2, \text{émise}} = N_{ph} \hbar \omega \left(\frac{1}{\tau_{m,1}} + \frac{1}{\tau_{m,2}} \right) \quad (2.61)$$

$$= N_{ph} \hbar \omega c' (\alpha_{m,1} + \alpha_{m,2}) \quad (2.62)$$

$$= N_{ph} \hbar \omega c' \alpha_m \quad (2.63)$$

En utilisant (2.3), il vient alors

$$P = \frac{\alpha_m}{(\alpha_w + \alpha_m)} \frac{N_{\text{ph}} \hbar \omega}{\tau_p} \quad (2.64)$$

Le rapport entre les puissances émises peut s'exprimer en fonction des coefficients de réflexion des facettes R_1 et R_2 comme suit [Coldren 95]:

$$\frac{P_{2,\text{émise}}}{P_{1,\text{émise}}} = \frac{(1-R_2)\sqrt{R_1}}{(1-R_1)\sqrt{R_2}}, \quad (2.65)$$

d'où

$$P = P_{1,\text{émise}} + P_{2,\text{émise}} = \left(1 + \frac{(1-R_2)\sqrt{R_1}}{(1-R_1)\sqrt{R_2}} \right) P_{1,\text{émise}} \quad (2.66)$$

soit

$$P_{1,\text{émise}} = \left(\frac{(1-R_1)\sqrt{R_2}}{(1-R_1)\sqrt{R_2} + (1-R_2)\sqrt{R_1}} \right) P \quad (2.67)$$

Soit en utilisant (2.64), il vient

$$P_{1,\text{émise}} = \left(\frac{(1-R_1)\sqrt{R_2}}{(1-R_1)\sqrt{R_2} + (1-R_2)\sqrt{R_1}} \right) \frac{\alpha_m}{(\alpha_w + \alpha_m)} \frac{N_{\text{ph}} \hbar \omega}{\tau_p} \quad (2.68)$$

En introduisant l'efficacité de couplage [Rana 02]

$$\eta_0 = \beta_0 \frac{\alpha_m}{(\alpha_w + \alpha_m)}, \quad (2.69)$$

où

$$\beta_0 = \left(\frac{(1-R_1)\sqrt{R_2}}{(1-R_1)\sqrt{R_2} + (1-R_2)\sqrt{R_1}} \right), \quad (2.70)$$

on obtient la puissance émise par facette comme suit:

$$P_{1,\text{émise}} = \eta_0 \frac{N_{\text{ph}} \hbar \omega}{\tau_p} \quad (2.71)$$

- Si $R_2 \neq R_1 = 1$ alors $\beta_0 = 0$ i.e. pour un laser avec un miroir parfait sur sa facette avant, la lumière ne peut évidemment sortir à travers celui-ci.
- Si $R_1 = R_2 \neq 1$ alors $\beta_0 = \frac{1}{2}$ i.e. pour un laser ayant deux facettes identiques, par symétrie on ne récupère d'un côté que la moitié du nombre total de photons s'échappant de la cavité.

Dans le cas des lasers à CQ, des miroirs ayant des coefficients de réflexion de l'ordre de 30% sont obtenus par clivage des facettes et le champ électromagnétique sort de façon identique à travers les deux facettes.

- Si $R_1 \neq R_2 = 1$ alors $\beta_0 = 1$ i.e. pour un laser avec un miroir sur sa facette arrière, on récupère la totalité de la lumière s'échappant de la cavité.

En reportant (2.53) dans (2.71), il vient

$$P_{\text{émise}}(T) = \eta_0 \frac{\hbar\omega}{\tau_p} \frac{N_{ph,sat}(T)}{J_{th}(T)} (J - J_{th}(T)) \quad (2.72)$$

En utilisant pour $N_{ph,sat}(T)$ l'équation (2.43) et pour $J_{th}(T)$ l'équation (2.48), on obtient finalement l'expression de la puissance optique émise par le laser à CQ en fonction du courant injecté I et du courant de seuil $I_{th}(T)$ soit:

$$P_{\text{émise}}(T) = \eta_0 \eta_r(T) \frac{\hbar\omega}{e} N (I - I_{th}(T)), \quad (2.73)$$

où $I_{th}(T) = WLJ_{th}(T)$ est le courant de seuil et $\eta_r(T)$ est l'efficacité radiative définie par:

$$\eta_r(T) = \frac{\left(\left(1 - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)}\right)\eta - (1 - \eta) \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} \right)}{1 + \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_3(T)} - \frac{\tau_{21}(T)}{\tau_{32}(T)}}. \quad (2.74)$$

On constate d'après l'équation (2.73) que la puissance optique émise, liée à la température via le courant d'injection de seuil et l'efficacité radiative, croit linéairement avec le courant d'injection. La présence du nombre de périodes N dans l'équation (2.73) montre une autre particularité avantageuse des lasers à CQ.

La figure 2.13 montre l'évolution de l'efficacité radiative η_r en fonction de la température pour différentes efficacités d'injection η . On constate que la dégradation de l'efficacité radiative η_r est clairement visible avec l'augmentation de la température et avec la diminution de l'efficacité d'injection, comme on peut l'observer sur la figure 2.14, qui représente l'évolution de η_r avec η à $T = 77$ et 300 K.

L'augmentation de l'efficacité d'injection implique une augmentation de l'efficacité radiative contrairement à l'augmentation de la température qui elle entraîne une diminution de celle-ci.

Ainsi, on constate que l'efficacité radiative maximale à 77 K vaut environ 80% pour une efficacité d'injection parfaite et cette valeur chute d'environ 25% à température ambiante.

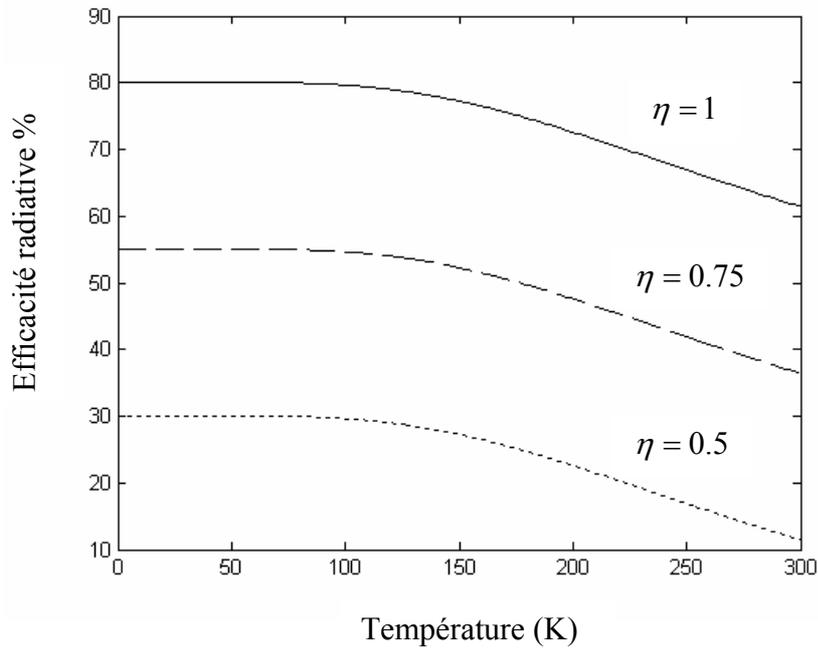


Figure 2.13: Efficacité radiative en fonction de la température pour différentes valeurs de l'efficacité d'injection.

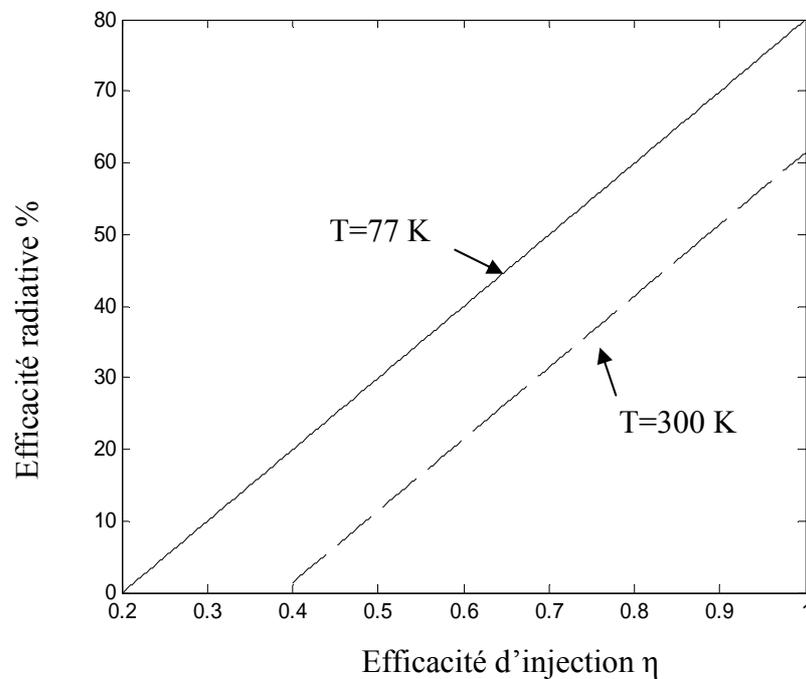


Figure 2.14: Efficacité radiative η_r en fonction de l'efficacité d'injection η à température cryogénique et à température ambiante.

Nous concluons notre analyse avec la figure 2.15, où nous montrons l'influence de la température sur la puissance optique émise $P_{\text{émise}}(T)$ calculée en fonction du courant d'injection pour une efficacité d'injection parfaite.

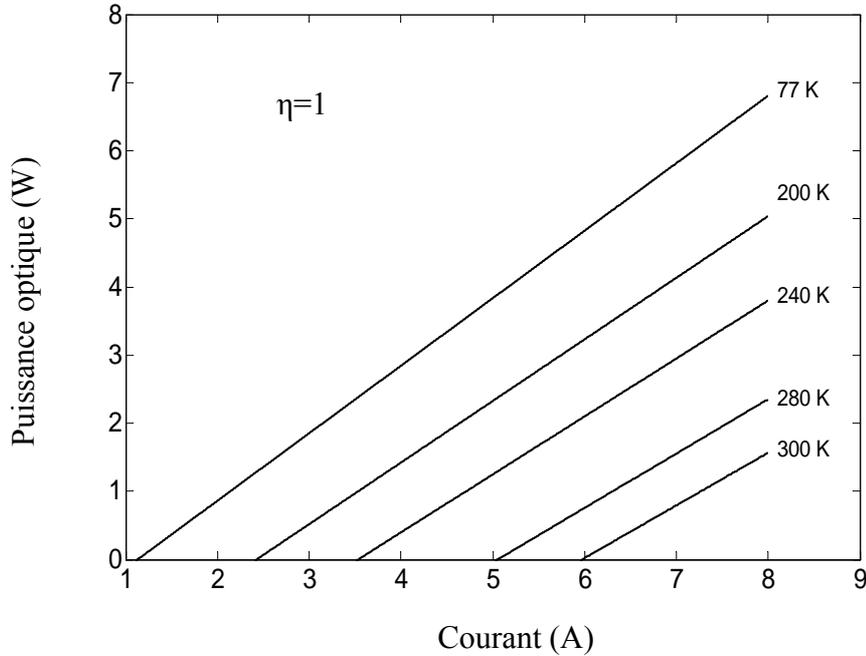


Figure 2.15: Puissance optique émise calculée par facette en fonction du courant d'injection d'un laser à CQ de section 1mm x 34 µm à plusieurs températures avec $\eta = 1$.

On constate que la puissance émise varie linéairement avec le courant d'injection et dépend fortement de la température. De plus, une augmentation considérable du courant de seuil se produit quand la température augmente, comme il est montré sur cette même figure.

Finalement, l'efficacité différentielle externe, définie par $\frac{\partial P_{\text{émise}}}{\partial I} = \eta_0 \eta_r(T) \frac{\hbar \omega}{e} N$ [Gmachl 01], diminue quand la température augmente. Cette quantité est essentielle dans la mesure où l'on a toujours intérêt à avoir un rendement différentiel le plus élevé possible pour atteindre une puissance émise donnée avec un minimum de courant.

2.9 Conclusion

Dans ce chapitre, les performances du laser à CQ émettant dans l'infrarouge moyen, à $\lambda = 9 \mu\text{m}$ ont été examinées. Le modèle de laser employé ici est basé sur les équations du bilan qui décrivent les phénomènes physiques au niveau macroscopique dans le laser. Nous avons discuté, essentiellement, de l'inclusion de l'émission thermo-ionique et de la variation de population des phonons LO et de ses influences sur l'inversion de population inter-sousbandes, le gain modal non saturé, la densité du courant de seuil et la puissance émise. Nos résultats montrent un accord très raisonnable avec les résultats expérimentaux de la littérature.

Nous avons également montré que l'augmentation de la température influence l'efficacité d'injection de façon appréciable.

Pour conclure l'étude thermique, les effets de l'efficacité d'injection et la température sur l'efficacité radiative ont été étudiés. Pour une efficacité d'injection parfaite, à température ambiante nos calculs conduisent à une chute de 25% de l'efficacité radiative.

Chapitre 3

Chapitre 3

Modélisation dynamique des lasers à cascades quantiques émettant dans l'infrarouge moyen

3.1 Introduction

Après avoir présenté dans le chapitre précédent le comportement thermique des paramètres caractérisant un laser à CQ (densité du courant de seuil, gain modal, puissance émise, ...), il est indispensable d'avoir des informations sur leur comportement dynamique.

Ce chapitre est consacré à une étude analytique et numérique des comportements stationnaire et dynamique du laser à CQ émettant dans l'infrarouge moyen. L'étude sera limitée au dispositif conçu par Page *et al.* [Page 01].

Nous allons ici développer un calcul théorique original basé sur un simple modèle permettant d'obtenir les principales grandeurs caractéristiques liées à la dynamique des lasers à CQ à savoir le temps d'amorçage et le temps de retard en tenant compte de la contribution de l'émission spontanée. Il est à noter que ce coefficient caractérisant l'émission spontanée joue un rôle dans la dynamique des populations et sur le temps de retard mais pas sur le temps d'amorçage des lasers à CQ.

Les valeurs des paramètres lasers utilisées dans cette modélisation sont celles présentées dans le tableau 2.1 du chapitre 2.

3.2 Equations du bilan revisités

Le système d'équations (2.1) du chapitre 2 décrivant la dynamique temporelle du nombre de photons dans la cavité et du nombre d'électrons dans les niveaux du laser à QC constitue notre point de départ. Cependant, ce système doit être complété par des termes correspondant à l'émission spontanée. En supposant que tous les électrons sont injectés dans le niveau supérieur de la transition laser on a $\eta=1$ et le système s'écrit alors

$$\frac{dN_3}{dt} = WL \frac{J}{e} - \frac{N_3}{\tau_3} - \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} (N_3 - N_2) N_{ph}, \quad (3.1a)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) N_3 - \frac{N_2}{\tau_{21}} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} (N_3 - N_2) N_{ph}, \quad (3.1b)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{31}} + \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_1}{\tau_{out}}, \quad (3.1c)$$

$$\frac{dN_{ph}}{dt} = N\Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} (N_3 - N_2) N_{ph} + N\beta \frac{N_3}{\tau_{sp}} - \frac{N_{ph}}{\tau_p}. \quad (3.1d)$$

En comparaison avec le système d'équations du modèle du chapitre 2, seuls les termes $\frac{N_3}{\tau_{sp}}$ et $N\beta \frac{N_3}{\tau_{sp}}$, dus à l'émission spontanée, viennent s'ajouter aux équations du nombre d'électrons dans les niveaux 3 et 2, et du nombre de photons dans la cavité respectivement. En plus, dans le système (3.1) on a introduit une équation pour la variation du nombre d'électrons dans le niveau 1.

Nous rappelons que les notations restent similaires à celles du modèle précédent c'est-à-dire que: N_3 , N_2 et N_1 sont les nombres d'électrons dans les niveaux 3, 2, et 1 respectivement, N_{ph} est le nombre de photons émis par émission stimulée, e est la charge élémentaire, J est la densité du courant d'injection dans le niveau 3, W et L sont respectivement, la largeur et la longueur de la cavité, N est le nombre d'étages, $V = NWLL_p$ est le volume de la cavité où L_p est la hauteur d'un seul étage, $c' = c/n_{eff}$ est la vitesse de la lumière dans le milieu où c est la vitesse de la lumière dans le vide, n_{eff} étant l'indice de réfraction effectif, σ_{32} est la section efficace d'émission stimulée, et enfin Γ est le facteur de confinement.

Le paramètre important β est généralement défini comme la fraction d'émission spontanée émise dans le mode de la cavité et est appelé le facteur d'émission spontanée. Ce facteur a été étudié théoriquement en détail dans les lasers à CQ dans l'article de Yamanishi *et al.* [Yamanishi 08] et dans les lasers interbandes à semiconducteurs par Chin *et al.* [Chin 94] et Zhao *et al.* [Zhao 99]. Une des particularités des lasers à CQ est que le facteur d'émission spontanée est de l'ordre de 10^{-3} [Yamanishi 08] comparé à celui donné dans les lasers interbandes ($\sim 10^{-5}$) [Chin 94], [Zhao 99]. Ceci provient tout simplement de la localisation des niveaux laser dans la bande de conduction dans les transitions inter-sousbandes, ce qui influe sur le profil d'élargissement et donc sur le facteur d'émission spontanée.

La dynamique du système est décrite par trois temps de transitions non radiatives des électrons à savoir τ_{32} , τ_{31} , et τ_{21} , ainsi que τ_p , la durée de vie du photon dans la cavité.

Le taux de décroissance de la cavité $1/\tau_p$ est défini de telle manière qu'en absence de gain les pertes de la cavité font chuter le nombre de photons dans la cavité selon la formule $N_{ph} = N_{ph}^{(0)} \exp(-\frac{t}{\tau_p})$ où $N_{ph}^{(0)}$ est le nombre de photons initial dû à l'émission spontanée.

En outre, entre deux périodes adjacentes de la zone active nous modélisons l'extraction des électrons désexcités du niveau 1 par un taux $1/\tau_{out}$ où τ_{out} représente le temps d'extraction des électrons.

Ainsi, la durée de vie du niveau 3 résultante est donnée par

$$\frac{1}{\tau_3} = \frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{31}} + \frac{1}{\tau_{sp}}, \quad (3.2)$$

où $\tau_{sp} = 1/W_{32}^{sp}$ est la durée de vie en absence de photons décrite dans le premier chapitre. Dans les transitions inter-sousbandes cette durée de vie vaut approximativement 15 ns pour une longueur d'onde de $\lambda=4 \mu\text{m}$ et 9 μs pour une longueur d'onde de $\lambda=100 \mu\text{m}$ dans le matériau GaAs [Julien 97]. Ce temps est long devant le temps de transition non radiative. Pour de plus amples détails, le lecteur est invité à consulter le livre de Yariv [Yariv 89]. Au passage notons que dans les systèmes atomiques le temps de relaxation radiative peut être déduit de la formule suivante [Yariv 89]

$$\frac{1}{\tau_{sp}} = \frac{8\pi^2 e^2 n_{eff} z_{32}^2}{\epsilon_0 \hbar \lambda^3} \quad (3.3)$$

3.3 Régime stationnaire

3.3.1 Calcul de l'inversion de population inter-sousbandes

La résolution du système (3.1) permet d'obtenir les valeurs stationnaires des populations des niveaux 3, 2 et 1 et le nombre de photons N_{ph} dans la cavité. Les solutions stationnaires s'obtiennent facilement en posant leurs dérivées égales à zéro.

Les équations (3.1a) et (3.1c) donnent alors en régime stationnaire des expressions analytiques pour N_3 et N_2 sous la forme :

$$N_3 = \frac{WL \frac{J}{e} + N_2 \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}{\frac{1}{\tau_3} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}} \quad (3.4)$$

$$N_2 = WL \frac{J}{e} \tau_{21} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}} N_3. \quad (3.5)$$

En éliminant N_3 entre les équations (3.4) et (3.5), on est conduit à l'expression

$$N_2 = WL \frac{J}{e} \tau_{21} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}} \frac{WL \frac{J}{e} + N_2 \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}{\frac{1}{\tau_3} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}. \quad (3.6)$$

Multiplions l'équation (3.6) par τ_{31} , on obtient après quelques transformations :

$$N_2 = WL \frac{J}{e} \frac{\frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} + \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}} + \tau_{21} \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}{\frac{1}{\tau_3} + \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}. \quad (3.7)$$

En injectant l'équation (3.7) dans l'équation (3.4), il vient

$$N_3 = WL \frac{J}{e} \frac{1 + \tau_{21} \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}{\frac{1}{\tau_3} + \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}. \quad (3.8)$$

Les équations (3.7) et (3.8) donnant les variations du nombre d'électrons dans les niveaux laser 3 et 2 seront utilisées dans la prochaine étape pour calculer l'inversion de population inter-sousbandes entre les niveaux 3 et 2. Cette inversion de population va permettre d'obtenir le nombre de photons dans la cavité en régime stationnaire du laser.

L'inversion de population inter-sousbandes entre les niveaux 3 et 2 est la différence de population entre eux et elle résulte de l'injection d'électrons dans le niveau supérieur de la transition laser.

En utilisant les équations (3.7) et (3.8), l'inversion de population inter-sousbandes $\Delta N = N_3 - N_2$ s'écrit

$$\Delta N = \frac{WL \frac{J}{e} \left(1 + \tau_{21} \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph} \right)}{\frac{1}{\tau_3} + \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}} \right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}} - \frac{WL \frac{J}{e} \left(\frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} + \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}} + \tau_{21} \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph} \right)}{\frac{1}{\tau_3} + \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}} \right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}} \quad (3.9)$$

$$= \frac{WL \frac{J}{e} \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}} \right)}{\frac{1}{\tau_3} + \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}} \right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}} \quad (3.10)$$

Multiplions et divisons l'équation (3.10) par τ_3 , il vient

$$\Delta N = WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{\left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}} \right)}{1 + \tau_3 \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}} \right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}} \quad (3.11)$$

Le terme $\tau_3 \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}} \right) = \tau_{sat}$ figurant dans l'expression (3.11) est la constante du temps de saturation optique [Rosencher 98].

En introduisant le nombre de photons de saturation $N_{ph,sat}$ qui dépend de la section efficace d'émission stimulée σ_{32} et du temps de saturation τ_{sat} [Rosencher 98] par

$$N_{ph,sat} = \frac{1}{\tau_{sat} \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V}}, \quad (3.12)$$

on peut déduire l'inversion de population inter-sousbandes présentant le phénomène de saturation

$$\Delta N = \frac{WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}} \right)}{1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}}} \quad (3.13)$$

A partir de l'expression (3.13) on peut tirer deux paramètres importants :

- *Inversion de population à faible champ* : A faible champ l'inversion de population est obtenue en posant $N_{ph}=0$ dans l'équation (3.13).

$$\Delta N^{(0)} = WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right). \quad (3.14)$$

L'inversion de population est garantie si et seulement si le temps de transition non radiative des électrons dans le niveau 2 obéisse à l'inégalité $\tau_{21} < (\tau_{32}^{-1} + \tau_{sp}^{-1})^{-1}$. Or dans le paragraphe 3.2 nous avons vu que le temps de transition radiative ($\tau_{sp}=38$ ns) est beaucoup plus grand que le temps de transition non radiative ($\tau_{21}=0.3$ ps), l'inégalité précédente implique donc que l'inversion de population peut être établie tant que les niveaux 2 et 1 sont en résonance avec l'énergie du phonon LO.

- *Inversion de population au seuil* : Au seuil d'oscillation l'inversion de population est obtenue en remplaçant J par J_{th} dans l'équation (3.13) tout en prenant $N_{ph}=0$.

$$\Delta N_{th} = WL \frac{J_{th}}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right). \quad (3.15)$$

Le seuil d'oscillation du laser à CQ est atteint lorsque les pertes de la cavité sont compensées par le gain inter-sousbandes, c'est-à-dire que le gain est égal aux pertes. Cette condition s'écrit comme suit

$$N \frac{\Gamma}{V} \sigma_{32} \Delta N_{th} = \alpha_m + \alpha_w \quad (3.16)$$

$$\Delta N_{th} = \frac{V}{N \sigma_{32}} \frac{\alpha_m + \alpha_w}{\Gamma} \quad (3.17)$$

En utilisant l'équation (3.15) pour ΔN_{th} avec l'aide de l'équation (2.6) du chapitre 2, on obtient l'expression de la densité du courant de seuil :

$$J_{th} = \frac{L_p \epsilon_0 n_{eff} \lambda (2\gamma_{32})}{4\pi e z_{32}^2 \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right)} \frac{(\alpha_w + \alpha_m)}{\Gamma}. \quad (3.18)$$

On peut remarquer dans cette expression qu'en négligeant l'émission spontanée, on obtient un résultat déjà vu dans le chapitre 2 à température cryogénique (équation (2.48)) mais ne prenant pas en compte ce paramètre et avec une injection parfaite. On peut aussi remarquer d'après l'expression (3.18) que lorsque la durée de vie du niveau 3 est longue la densité du courant de seuil du laser à CQ est faible.

Par substitution de l'équation (3.18) dans l'équation (3.15) avec l'aide des équations (2.2) et (2.6) du chapitre 2, on obtient l'inversion de population au seuil d'oscillation :

$$\Delta N_{th} = \frac{V}{N\Gamma c' \sigma_{32} \tau_p}. \quad (3.19)$$

En utilisant les paramètres du laser du chapitre 2 on trouve au seuil une inversion de population surfacique de $2.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$. Cette inversion de population inter-sousbandes est faible comparée à celle trouvée dans les lasers interbandes ($> 10^{12} \text{ cm}^{-2}$) [Rosencher 98] car la section efficace d'émission stimulée dans les transitions inter-sousbandes est de l'ordre de $3.7 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ [Tomić 00] et de quelques 10^{-16} cm^2 dans les transitions interbandes [Rosencher 98].

3.3.2 Calcul du nombre de photons

Pour calculer le nombre de photons en régime stationnaire, on part de l'équation (3.1d) et donc :

$$N_{ph} = \frac{N\beta}{\tau_{sp}} \frac{N_3}{N\Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} \Delta N - \frac{1}{\tau_p}}. \quad (3.20)$$

Cette expression montre que si l'émission spontanée est exactement nulle, le système ne présente pas d'effet laser. Dans le cas contraire, c'est-à-dire pour $\beta \neq 0$, le laser fonctionne à condition que le gain $N\Gamma c' \sigma_{32} \Delta N / V$ doit être supérieur aux pertes $1 / \tau_p$.

En utilisant pour N_3 l'équation (3.8) avec l'aide de (3.12) et pour τ_p l'équation (3.19), il vient

$$0 = \left(\Delta N N \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} - \Delta N_{th} N \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} \right) N_{ph} + \frac{N\beta}{\tau_{sp}} \frac{WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(1 + \tau_{21} \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph} \right)}{\left(1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}} \right)} \quad (3.21)$$

L'insertion de l'équation (3.15) dans l'équation (3.21) conduit à

$$0 = \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}} \right) \left(\frac{\frac{J}{e}}{1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}}} - \frac{J_{th}}{e} \right) N \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph} + \frac{N\beta J}{\tau_{sp} e} \tau_3 \frac{\left(\tau_{21} \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph} + 1 \right)}{\left(1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}} \right)} \quad (3.22)$$

En introduisant l'efficacité radiative η_r [Rana 02], définie comme la fraction du nombre d'électrons injectés dans un étage qui contribuent à l'émission de photons et typiquement variant entre 0 et 1 par

$$\eta_r = \frac{1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}}{1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}}, \quad (3.23)$$

et en insérant l'équation (3.12) dans l'équation (3.22) on obtient l'équation suivante :

$$0 = \eta_r \left(\frac{\frac{J}{e}}{1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}}} - \frac{J_{th}}{e} \right) \frac{NN_{ph}}{N_{ph,sat}} + \frac{\frac{N\beta J}{\tau_{sp} e} \tau_3 \left(\tau_{21} \frac{N_{ph}}{\tau_3 (1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}) N_{ph,sat}} + 1 \right)}{\left(1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}} \right)} \quad (3.24)$$

qui entraîne

$$0 = \eta_r \left(\frac{\frac{J}{e} \left(1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}} \right)}{1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}}} - \frac{J_{th}}{e} \left(1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}} \right) \right) \frac{NN_{ph}}{N_{ph,sat}} + \frac{N\beta J}{\tau_{sp} e} \tau_3 \left(\tau_{21} \frac{N_{ph}}{\tau_3 (1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}) N_{ph,sat}} + 1 \right) \quad (3.25)$$

qui à son tour mène à

$$0 = \eta_r \left(\frac{J}{e} - \frac{J_{th}}{e} \left(1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph,sat}} \right) \right) \frac{NN_{ph}}{N_{ph,sat}} + \frac{N\beta J}{\tau_{sp} e} \tau_3 \left(\tau_{21} \frac{N_{ph}}{\tau_3 (1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}) N_{ph,sat}} + 1 \right) \quad (3.26)$$

Finalement on obtient une équation du deuxième degré en N_{ph} soit

$$N_{ph}^2 - \left(\left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right) + \frac{\tau_{21}}{\eta_r} \frac{\beta J}{\tau_{sp} J_{th}} \frac{1}{(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}})} \right) N_{ph,sat} N_{ph} - N_{ph,sat}^2 \frac{\tau_3}{\eta_r} \frac{\beta J}{\tau_{sp} J_{th}} = 0 \quad (3.27)$$

Des expressions simplifiées peuvent être établies après examen des différents coefficients de l'équation (3.27). Pour obtenir les expressions analytiques simples, on peut utiliser la méthode de Lobatchevski-Graeffé [Démidovitch 87]. On obtient alors deux solutions

stationnaires. Une des racines décrit le comportement du nombre de photons sous le seuil tandis qu'une autre permet d'avoir la valeur au dessus du seuil. On montre facilement que les solutions $N_{ph,1}$ et $N_{ph,2}$ sont bien approchées par :

➤ *En dessous du seuil*

$$N_{ph,1} \approx \frac{\tau_3}{\eta_r} \frac{\beta}{\tau_{sp}} \frac{1}{\left(\frac{J_{th}}{J} - 1\right)} N_{ph,sat} \quad (3.28)$$

➤ *Au dessus du seuil*

$$N_{ph,2} \approx \left[\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) + \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right)} \frac{\beta}{\tau_{sp}} \frac{\tau_{21}}{\eta_r} \frac{J}{J_{th}} \right] N_{ph,sat} \quad (3.29)$$

Cette solution n'est physique que pour $J > J_{th}$.

L'insertion de l'équation (3.29) dans l'équation (3.13) conduit à la valeur de l'inversion de population stationnaire, tout en tenant compte du facteur d'émission spontanée, qui est donnée par :

$$\Delta N_{stat} = \frac{WL \frac{J_{th}}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right)}{1 + \frac{\beta}{\tau_{sp}} \frac{\tau_{21}}{\eta} \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right)}} \quad (3.30)$$

Notons que si $\beta=0$, on retrouve l'expression de l'inversion de population stationnaire à température cryogénique décrite dans le chapitre 2 (équation (2.54) où l'efficacité d'injection est parfaite. Il faut aussi noter qu'en négligeant le facteur d'émission spontanée, l'inversion de population reste égale à sa valeur au seuil exhibée dans l'équation (3.15).

3.3.3 Calcul des populations au dessous du seuil

3.3.3.1 Population du niveau 3

L'équation (3.1a) donne pour $N_3^{<1}$ l'expression suivante

¹ $N_3^{<}$ est le nombre d'électrons dans le niveau 3 au dessous de seuil.

$$N_3^{\langle} = WL \frac{J}{e} \tau_3 - \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} \tau_3 \Delta NN_{ph} \quad (3.31)$$

En utilisant pour N_{ph} l'équation (3.28) en l'absence de l'émission spontanée on obtient alors

$$N_3^{\langle} = WL \frac{J}{e} \tau_3 \quad (3.32)$$

3.3.3.2 Population du niveau 2

L'équation (3.1b) donne pour $N_2^{\langle 1}$

$$\frac{N_2^{\langle}}{\tau_{21}} = \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) N_3^{\langle} + \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} \Delta NN_{ph}. \quad (3.33)$$

En utilisant pour N_3^{\langle} l'équation (3.32) et pour N_{ph} l'équation (3.28) en l'absence de l'émission spontanée, on obtient

$$N_2^{\langle} = WL \frac{J}{e} \frac{\tau_{31} \tau_{21}}{\tau_{31} + \tau_{32}}. \quad (3.34)$$

3.3.3.3 Population du niveau 1

En introduisant les équations (3.32) et (3.34) dans l'équation (3.1c), on obtient pour $N_1^{\langle 2}$ l'expression suivante:

$$\frac{N_1^{\langle}}{\tau_{out}} = \frac{1}{\tau_{31}} WL \frac{J}{e} \tau_3 + \frac{1}{\tau_{21}} WL \frac{J}{e} \frac{\tau_{31} \tau_{21}}{\tau_{31} + \tau_{32}} \quad (3.35)$$

soit

$$N_1^{\langle} = WL \frac{J}{e} \tau_{out}. \quad (3.36)$$

3.3.4 Calcul des populations au dessus du seuil

3.3.4.1 Population du niveau 3

L'équation (3.1a) donne pour $N_3^{\rangle 3}$ l'expression suivante

$$N_3^{\rangle} = WL \frac{J}{e} \tau_3 - \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} \tau_3 \Delta NN_{ph}. \quad (3.37)$$

¹ N_2^{\langle} est le nombre d'électrons dans le niveau 2 au dessous de seuil.

² N_1^{\langle} est le nombre d'électrons dans le niveau 1 au dessous de seuil.

³ N_3^{\rangle} est le nombre d'électrons dans le niveau 3 au dessus de seuil.

La réintroduction de l'équation (3.29) pour N_{ph} et de l'équation (3.30) pour ΔN en l'absence de l'émission spontanée mène l'équation (3.37) à :

$$N_3^\lambda = WL \frac{J}{e} \tau_3 - \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} \tau_3 WL \frac{J_{th}}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right) \left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) N_{ph,sat} \quad (3.38)$$

En utilisant pour $N_{ph,sat}$ l'équation (3.12), on obtient

$$N_3^\lambda = WL \frac{J}{e} \tau_3 - \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} \tau_3 WL \frac{J_{th}}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right) \left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) \frac{1}{\tau_3 \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V}} \quad (3.39)$$

$$= WL \frac{J}{e} \tau_3 - \tau_3 WL \frac{J}{e} \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right) \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right)} + \tau_3 WL \frac{J_{th}}{e} \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right) \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right)} \quad (3.40)$$

En utilisant pour J_{th} l'équation (3.18) avec l'aide de l'équation (2.6), il vient

$$N_3^\lambda = WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(1 - \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right) \frac{\tau_{31}}{(\tau_{31} + \tau_{21})}\right) + \tau_3 \frac{V}{\Gamma c' \sigma_{32} \tau_3 \tau_p N} \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right)} \quad (3.41)$$

$$= WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(\frac{\tau_{31} + \tau_{21} - \left(\tau_{31} - \tau_{31} \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \tau_{31} \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right)}{\tau_{31} + \tau_{21}} \right) + \frac{V}{N \Gamma c' \sigma_{32} \tau_p} \frac{\tau_{31}}{(\tau_{31} + \tau_{21})} \quad (3.42)$$

$$= WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(\frac{\tau_{21} \tau_{31} \left(\frac{1}{\tau_{31}} + \frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}}\right)}{\tau_{31} + \tau_{21}} \right) + \frac{V}{N \Gamma c' \sigma_{32} \tau_p} \frac{\tau_{31}}{(\tau_{31} + \tau_{21})} \quad (3.43)$$

$$= WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{1}{\tau_3} \left(\frac{\tau_{21} \tau_{31}}{\tau_{31} + \tau_{21}} \right) + \frac{V}{N \Gamma c' \sigma_{32} \tau_p} \frac{\tau_{31}}{(\tau_{31} + \tau_{21})} \quad (3.44)$$

$$N_3^\lambda = WL \frac{J}{e} \left(\frac{\tau_{21} \tau_{31}}{\tau_{31} + \tau_{21}} \right) + \frac{V}{N \Gamma c' \sigma_{32} \tau_p} \frac{\tau_{31}}{(\tau_{31} + \tau_{21})} \quad (3.45)$$

3.3.4.2 Population du niveau 2

En introduisant l'équation (3.45) dans l'expression $\Delta N = N_3^\lambda - N_2^\lambda$, on trouve pour N_2^λ ¹ l'expression suivante

$$N_2^\lambda = WL \frac{J}{e} \left(\frac{\tau_{21}\tau_{31}}{\tau_{31} + \tau_{21}} \right) + \frac{V}{N\Gamma c' \sigma_{32} \tau_p} \frac{\tau_{31}}{(\tau_{31} + \tau_{21})} - WL \frac{J_{th}}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}} \right) \quad (3.46)$$

En utilisant pour J_{th} l'équation (3.18) avec l'aide de l'équation (2.6), il vient

$$N_2^\lambda = WL \frac{J}{e} \left(\frac{\tau_{21}\tau_{31}}{\tau_{31} + \tau_{21}} \right) - \frac{V}{\Gamma N c' \sigma_{32} \tau_p} + \frac{V}{N\Gamma c' \sigma_{32} \tau_p} \frac{\tau_{31}}{(\tau_{31} + \tau_{21})} \quad (3.47)$$

$$N_2^\lambda = WL \frac{J}{e} \left(\frac{\tau_{21}\tau_{31}}{\tau_{31} + \tau_{21}} \right) - \frac{V}{\Gamma N c' \sigma_{32} \tau_p} \left(\frac{\tau_{21}}{\tau_{31} + \tau_{21}} \right) \quad (3.48)$$

3.3.4.3 Population du niveau 1

En introduisant les équations (3.45) et (3.48) dans l'équation (3.1c), on obtient pour N_1^λ ² l'expression suivante

$$\frac{N_1^\lambda}{\tau_{out}} = WL \frac{J}{e} \left(\frac{\tau_{21}}{\tau_{31} + \tau_{21}} \right) + \frac{V}{N\Gamma c' \sigma_{32} \tau_p} \frac{1}{(\tau_{31} + \tau_{21})} + WL \frac{J}{e} \left(\frac{\tau_{31}}{\tau_{31} + \tau_{21}} \right) - \frac{V}{\Gamma N c' \sigma_{32} \tau_p} \frac{1}{\tau_{31} + \tau_{21}} \quad (3.49)$$

soit après simplifications

$$N_1^\lambda = WL \frac{J}{e} \tau_{out} \quad (3.50)$$

3.3.5 Récapitulatif des expressions analytiques

Les expressions précédentes peuvent encore être simplifiées en négligeant l'émission spontanée.

Le tableau 3.1 regroupe les expressions analytiques des différentes variables du laser à CQ présentés dans les paragraphes précédents en l'absence de l'émission spontanée. Des résultats similaires ont été établis dans les travaux de Rana et *al.*, [Rana 02] en utilisant une autre formulation du système d'équations du bilan.

¹ N_2^λ est le nombre d'électrons dans le niveau 2 au dessus de seuil.

² N_1^λ est le nombre d'électrons dans le niveau 1 au dessus de seuil.

Variables du laser à CQ sans émission spontanée		
	Au dessous de seuil	Au dessus de seuil
N_1	$WL \frac{J}{e} \tau_{out} = 7.10^6 \frac{J}{J_{th}}$	$WL \frac{J}{e} \tau_{out}$
N_2	$WL \frac{J}{e} \frac{\tau_{21} \tau_{31}}{\tau_{32} + \tau_{31}} = 1.4.10^6 \frac{J}{J_{th}}$	$WL \frac{J}{e} \frac{\tau_{21} \tau_{31}}{\tau_{21} + \tau_{31}} - \frac{V}{N\Gamma \sigma_{32} c' \tau_p} \frac{\tau_{21}}{\tau_{21} + \tau_{31}}$
N_3	$WL \frac{J}{e} \tau_3 = 10^7 \frac{J}{J_{th}}$	$WL \frac{J}{e} \frac{\tau_{21} \tau_{31}}{\tau_{21} + \tau_{31}} + \frac{V}{N\Gamma \sigma_{32} c' \tau_p} \frac{\tau_{31}}{\tau_{21} + \tau_{31}}$
ΔN	$WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}}\right)$	$WL \frac{J_{th}}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}}\right)$
N_{ph}	0	$\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) N_{ph,sat}$

Tableau 3.1: Récapitulatif des expressions analytiques

En utilisant la théorie développée ci-dessus, nous estimons numériquement les différents paramètres du laser, à savoir τ_p , σ_{32} , τ_{sp} , α_m , J_{th} , ΔN_{th} , $N_{ph,sat}$ et nous calculons ΔN et N_{ph} pour un fonctionnement loin du seuil avec $J = 2.5J_{th}$ en utilisant les paramètres lasers présentées dans le tableau 2.1 du chapitre 2.

Les résultats obtenus sont récapitulés dans le tableau 3.2.

Paramètres (77 K)		Valeurs
τ_p (ps)		3.36
σ_{32} (cm ²)		1.8×10^{-14}
τ_{sp} (ns)		38
α_m (cm ⁻¹)		12.4
J_{th} (kA/cm ²)		3.33
ΔN_{th}		8.5×10^6
$N_{ph, sat}$		9.16×10^8
Pour $J/J_{th}=2.5$	ΔN	8.5×10^6
	N_{ph}	1.37×10^9

Tableau 3.2: Récapitulatif des résultats numériques. La valeur de J_{th} utilisée est très proche de la valeur expérimentale 2.9 de [Höfling 05].

La figure 3.1 illustre la variation du nombre d'électrons N_3 , N_2 et N_1 dans les niveaux correspondants et le nombre de photons N_{ph} dans la cavité en fonction de la densité du courant d'injection J normalisée par rapport à sa valeur au seuil J_{th} . Notons seulement au passage que nous avons obtenu ces courbes en négligeant l'émission spontanée.

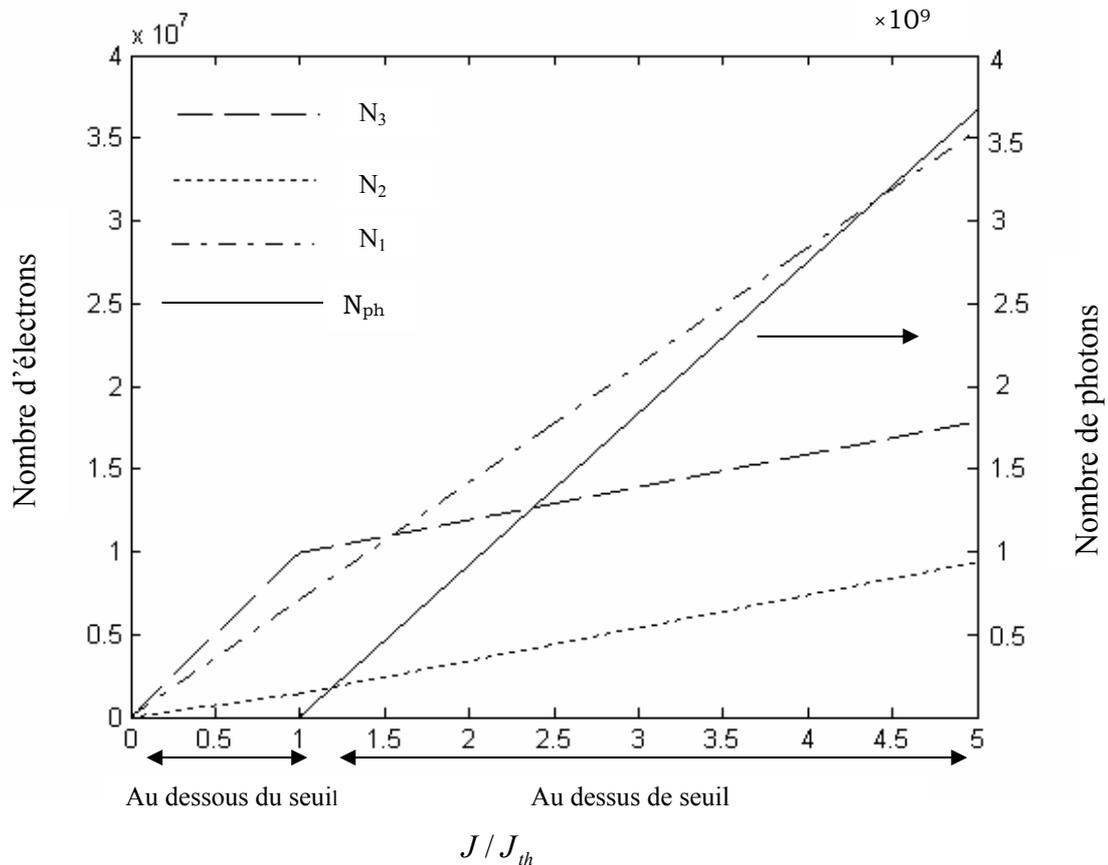


Figure 3.1 : Nombre d'électrons dans les niveaux 3, 2 et 1 de la zone active d'une période, et le nombre de photons dans la cavité du laser à CQ en fonction de la densité du courant d'injection. Les courbes ont été obtenues en négligeant l'émission spontanée et avec $\tau_{out}=1ps$ [Iotti 05].

On constate que le nombre de photons varie de façon linéaire avec la densité du courant d'injection. En plus on remarque qu'une des particularités des lasers à CQ est que le nombre d'électrons dans les niveaux lasers augmente au-delà du seuil, par opposition à ce qui se passe dans un laser interbandes à semiconducteur dans lequel la densité de porteurs n'augmente pas au-delà de sa valeur au seuil [Rosencher 98]. Dans cette situation on dit que la densité de porteurs est clampée à sa valeur au seuil, valeur pour laquelle la condition d'égalité entre le gain interbandes et les pertes de la cavité est satisfaite. Par conséquent, une augmentation de

la densité du courant d'injection dans les lasers à CQ mène non seulement à une augmentation du nombre d'électrons mais également à une augmentation du nombre de photons.

3.4 Etude dynamique

3.4.1 Analyse numérique

La résolution numérique complète du système d'équations (3.1), pour les valeurs des paramètres laser a été effectuée par la méthode itérative de Runge-Kutta d'ordre 4 avec un pas $h=0.1\text{ps}$ [voir Annexe A]. Cette méthode est parfaitement adaptée pour décrire les phénomènes évolutifs dans un temps de l'ordre des constantes de temps spectroscopiques des lasers à CQ.

La technique est la suivante, on décompose l'intervalle de temps d'intégration $[0, t_{\max}]$ en \bar{n} petits intervalles de pas h de telle sorte que $t_{\max} = \bar{n}h$ ensuite le système est préparé de sorte que la distribution de charges soit entièrement localisée dans l'injecteur à $t=0$, c'est-à-dire que la zone active ne contient aucun électron. Les conditions initiales sont donc prises comme suit : $N_k(t=0) = 0$, pour $k = 1, 2, 3$, $\Delta N(t=0) = N_{ph}(t=0) = 0$.

Une étude plus rigoureuse de la dynamique des lasers à CQ, qui tient compte de l'évolution des processus non seulement dans le temps mais également dans l'espace, peut être menée à l'aide des équations de Maxwell pour la description du rayonnement et des équations de la mécanique quantique pour la description de la matière, cette approche est connue sous le nom de théorie *semi-classique* de Maxwell-Bloch et a été adopté dans les lasers à CQ par un certain nombre d'auteurs tels que [Soibel 04], [Wang 07], [Gordon 08]. Une telle manière de procéder permet de combler les principales lacunes de la méthode des équations du bilan, à savoir d'examiner les phénomènes d'interférence qui se produisent dans la cavité résonnante d'un laser à CQ fonctionnant sur plusieurs modes [Soibel 04], [Gordon 08]. La description *semi-classique* permet d'analyser la dynamique des lasers à CQ multimodes, et en particulier les lasers bimodes.

3.4.1.1 Evolution temporelle du nombre d'électrons

Les figures 3.2 et 3.3 illustrent une série d'évolutions temporelles des populations pour un fonctionnement au dessous et au dessus du seuil d'oscillation. Les courbes montrent clairement l'effet du courant d'injection sur la dynamique des populations.

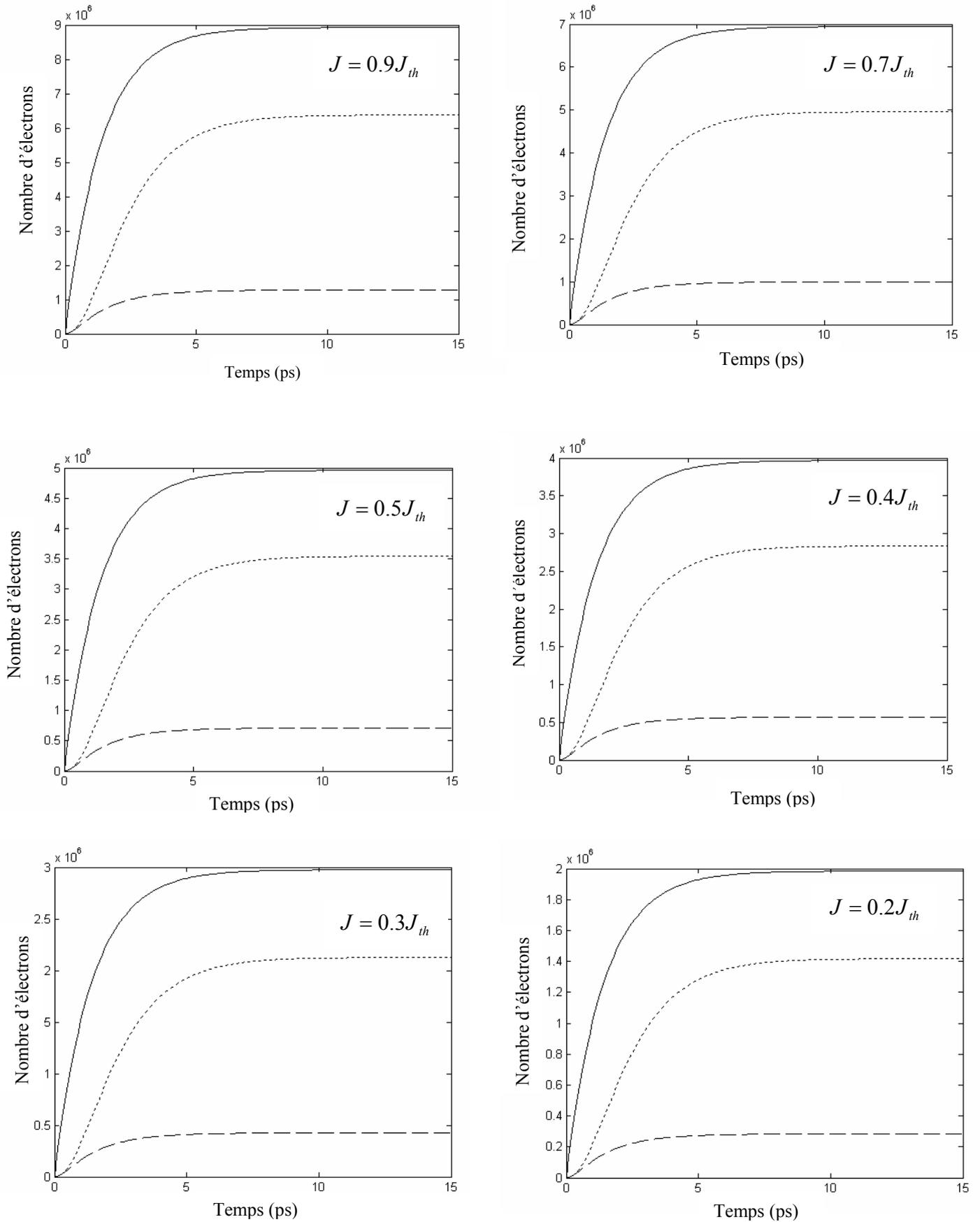


Figure 3.2 : Evolution temporelle du nombre d'électrons dans les niveaux laser pour $J < J_{th}$: Niveau 3 (trait pleins), niveau 2 (trait en tirets) et niveau 1 (trait en pointillés). $\beta = 2 \times 10^{-3}$ [Yamanishi 08] et $\tau_{out} = 1$ ps [Iotti 05].

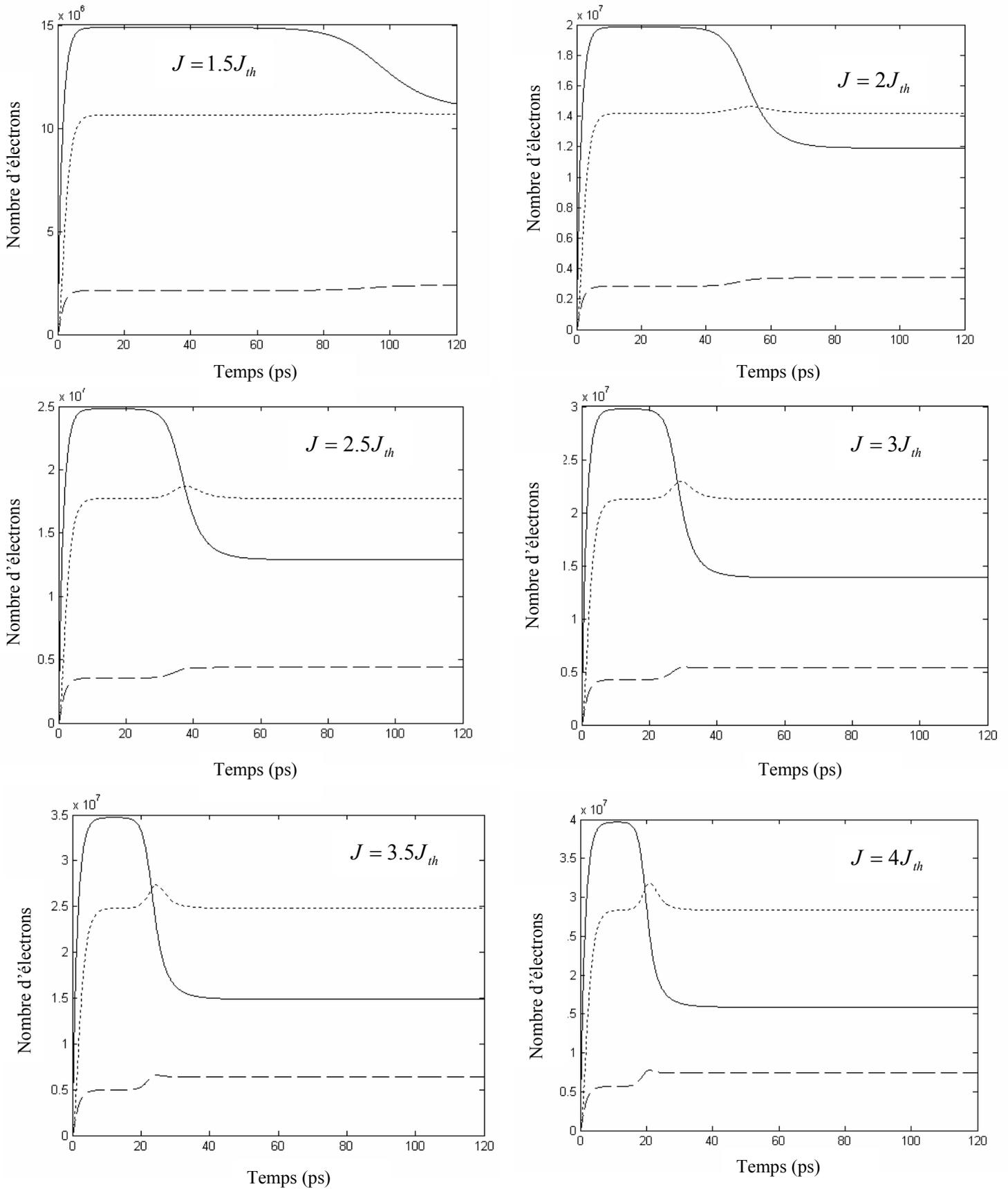


Figure 3.3 : Evolution temporelle du nombre d'électrons dans les niveaux laser pour $J > J_{th}$: niveau 3 (trait pleins), niveau 2 (trait en tirets) et niveau 1 (trait en pointillés). $\beta = 2 \times 10^{-3}$ [Yamanishi 08] et $\tau_{out} = 1$ ps [Iotti 05].

Dans la figure 3.2, l'augmentation de la densité du courant d'injection au dessous du seuil entraîne une augmentation des populations des différents niveaux laser. Ainsi, pour une densité du courant donnée, le nombre d'électrons dans le niveau 2 est inférieur par rapport à celui des autres niveaux. Cet effet est attribué principalement à la durée de vie très courte des électrons dans le niveau 2. On constate aussi que le temps d'établissement du régime stationnaire est indépendant de l'intensité du courant injecté au dessous de seuil. Ce type de comportement a été aussi obtenu à l'aide de simulations Monte Carlo utilisant l'équation de transport de Boltzmann dans l'infrarouge moyen dans les travaux de Iotti *et al.* [Iotti 00], [Iotti 05].

Au dessus du seuil, les différents panneaux de la figure 3.3 montrent d'abord un très bref dépassement initial du "lasage" (lasing) qui dure approximativement moins d'une picoseconde suivi par un régime où la distribution d'électrons dans les différents niveaux reste approximativement constante, le système reste dans cet état pendant une période connue sous le nom de temps d'accroissement du nombre de photons Δt (buildup time en anglais) qui est de l'ordre de 20-80 ps selon la valeur du courant injecté.

Cette étape correspond à un nombre très petit de photons. Quand le temps passe, le nombre d'électrons dans le niveau 3 décroît avant d'atteindre sa valeur stationnaire tandis que les populations des niveaux inférieurs suivent un cheminement légèrement différent atteignant leurs valeurs d'équilibre beaucoup plus tôt.

Il est remarquable de mentionner que pour de faibles courants d'injection au dessus du seuil, le système présente des inversions de population non seulement entre les niveaux 3 et 2, mais aussi entre les niveaux 3 et 1. Ceci peut donner lieu à un nouveau mode de "lasage" dans la cavité bien que la possibilité d'une telle éventualité ne puisse être très forte puisque dans la pratique les deux niveaux 3 et 1 sont spatialement séparés ce qui réduit leur probabilité de transition radiative.

3.4.1.2 Evolution temporelle du nombre de photons et de l'inversion de population

La figure 3.4 reproduit l'évolution temporelle du nombre de photons dans la cavité pour différentes valeurs du facteur d'émission spontanée β : $\beta=60 \times 10^{-3}$ (trait plein), 40×10^{-3} (en tirets), 20×10^{-3} (en pointillés) et 2×10^{-3} (en pointillés-tiré). La densité du courant d'injection est fixée à $J=2.5J_{th}$. On constate que la dynamique est plus rapide lorsque le facteur d'émission spontanée augmente. Le nombre de photons stationnaire est atteint en l'espace d'environ 50 ps pour $\beta=60 \times 10^{-3}$, tandis qu'il faut environ 60 ps pour 2×10^{-3} .

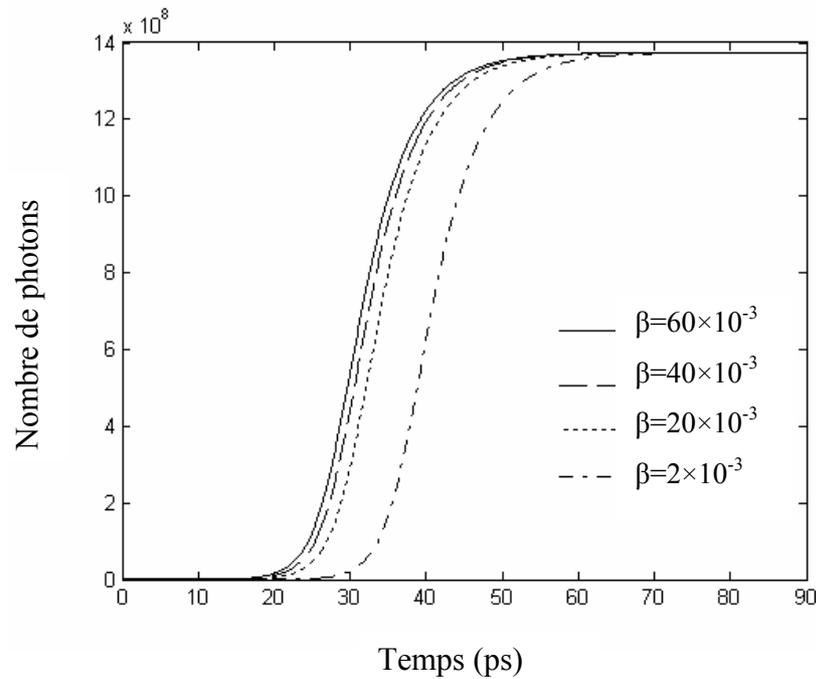


Figure 3.4: Evolution temporelle du nombre de photons pour $J=2.5J_{th}$ et à différents facteurs d'émission spontanée avec $\tau_{out}=1ps$ [Iotti 05].

La figure 3.5 reproduit l'évolution de l'inversion de population ΔN normalisée par rapport à l'inversion de population au seuil ΔN_{th} . On montre aussi sur la même figure le nombre de photons N_{ph} normalisé par rapport au nombre de photons de saturation $N_{ph, sat}$. Ces courbes sont obtenues pour $\beta=2 \times 10^{-3}$ [Yamanishi 08] et le système est pompé au-delà du seuil de l'amorçage de l'effet laser à une densité du courant d'intensité $J=2.5J_{th}$.

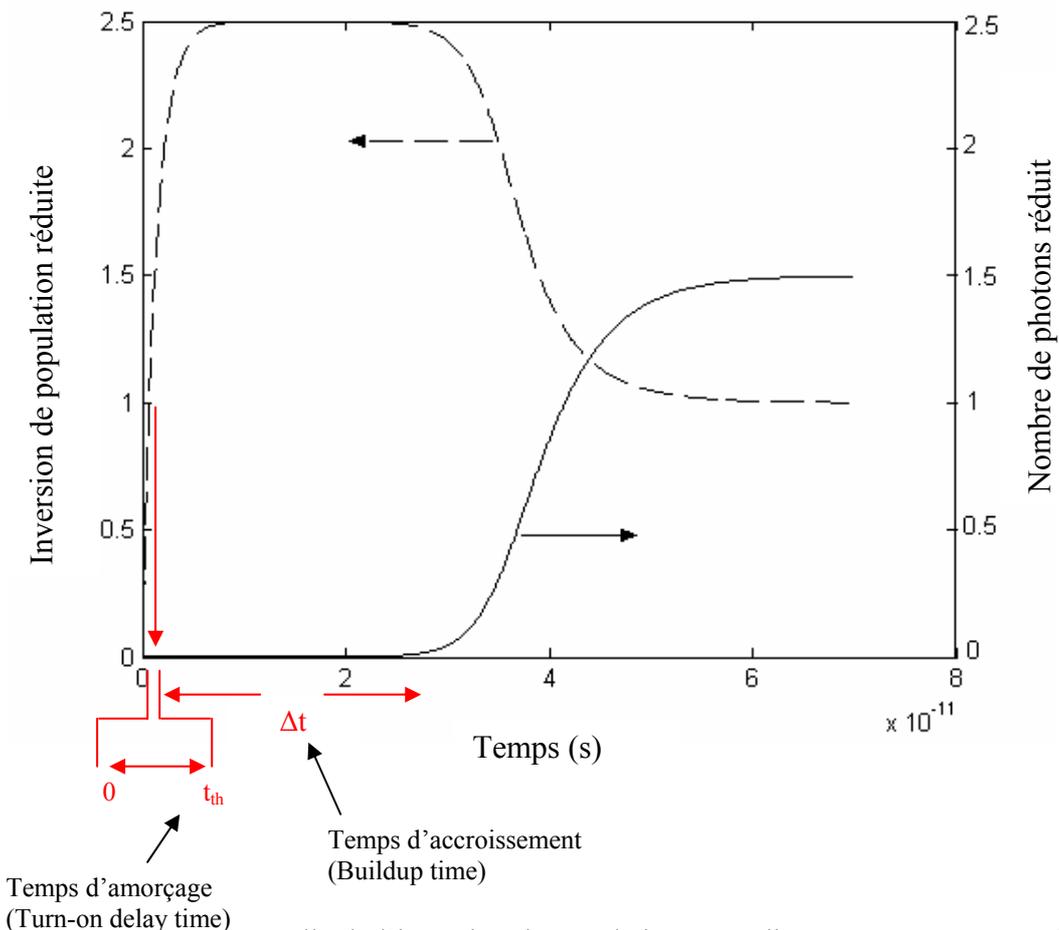
Nous pouvons voir sur cette figure que l'inversion de population passe par différentes étapes avant d'atteindre le régime stationnaire. D'abord l'injection des électrons par effet tunnel dans le niveau 3 produit une augmentation de l'inversion de population qui après un temps t_{th}^1 , connu sous le nom temps d'amorçage ou turn-on delay time en anglais, atteint sa valeur de seuil $\Delta N / \Delta N_{th}=1$, le nombre de photons dans la cavité commence alors à se développer à partir de l'émission spontanée.

Le temps t_{th} correspond donc au temps au bout duquel l'inversion de population devient suffisante pour que le gain au seuil soit égal aux pertes ce qui permet le démarrage du laser.

Dans la deuxième étape, l'augmentation du nombre de photons dans la cavité accuse un certain retard comparé à l'accroissement de l'inversion de population qui suit le processus d'injection du courant. Pendant ce temps, l'inversion de population continue d'augmenter

¹ t_{th} est le temps au seuil d'oscillation (threshold en anglais).

puis prend une valeur approximativement constante dans une période de durée Δt . Cette valeur correspond à $\Delta N^{(0)}/\Delta N_{th}=J/J_{th}$ obtenue en utilisant les équations (3.14) et (3.15). A la suite du processus d'émission stimulée entrant en jeu, le nombre de photons continue encore d'augmenter tandis que l'inversion de population diminue avant que le laser atteigne son régime stationnaire stable en 60 ps après le début de l'injection du courant. Ce comportement est similaire à celui observé dans les lasers à colorants où cependant le temps d'établissement du régime stationnaire vaut environ 0.2 μs [Hodges 92]. De plus, la trajectoire dynamique suivie par le système pour atteindre son état stationnaire dépend crucialement du temps de relaxation par phonon LO et la densité du courant d'injection. Dans l'infrarouge moyen, ce type de comportement a aussi été obtenu avec simulation Monte Carlo de l'équation de transport de Boltzmann dans les travaux de Iotti *et al.* [Iotti 05].



Figur Courbe de l'inversion de population normalisée par rapport à sa valeur au seuil (traits en tirés) et du nombre de photons normalisé par rapport à sa valeur de saturation (traits pleins). Aussi montrés sur la même figure les temps d'amorçage (turn-on delay time) t_{th} et d'accroissement du nombre de photons dans la cavité (buildup time) Δt . Ces courbes sont obtenues pour $J=2.5J_{th}$, $\beta=2 \times 10^{-3}$ [Yamanishi 08] et $\tau_{out}=1ps$ [Iotti 05].

3.4.2 Approche analytique

3.4.2.1 Calcul du temps de retard

Pour estimer le temps de retard t_d qui s'écoule entre le moment où le système est polarisé électriquement et le temps que met le laser pour atteindre approximativement 10% de son nombre de photons stationnaire, nous écrivons

$$t_d \approx t_{th} + \Delta t \quad (3.51)$$

où t_{th} est le temps d'amorçage ou turn-on delay time nécessaire pour que l'inversion de population atteigne sa valeur du seuil. Ce temps est caractérisé par une cavité froide sans photons et une inversion de population $\Delta N(t)/\Delta N_{th}$ inférieure à sa valeur du seuil. Le temps d'accroissement du nombre de photons (buildup time) Δt , est l'intervalle de temps où le nombre de photons est encore très petit, il faut aussi noter que dans cet intervalle Δt l'inversion de population est approximativement constante. Dans le cas de la figure (3.5), le temps d'accroissement du nombre de photons Δt vaut environ 30 ps.

3.4.2.1.1 Calcul du temps d'amorçage (Turn-on delay time)

Pour dégager explicitement l'équation qui permet de calculer le temps d'amorçage (turn-on delay time) t_{th} , il est commode de déterminer l'expression de l'inversion de population en terme des paramètres du laser à CQ en l'absence de photons. Avant l'entrée en oscillation, c'est-à-dire pendant l'intervalle de temps de zéro à t_{th} , les équations (3.1a) et (3.1b) sont simplifiées et prennent les formes :

$$\frac{dN_3}{dt} = WL \frac{J}{e} - \frac{N_3}{\tau_3} \quad (3.52a)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) N_3 - \frac{N_2}{\tau_{21}} \quad (3.52b)$$

L'évolution de la population du niveau 3 de la transition laser est alors décrite par une équation différentielle linéaire de premier ordre dont la solution est de type exponentiel.

$$N_3(t) = -c_1 e^{-\frac{t}{\tau_3}} + WL \frac{J}{e} \tau_3 \quad (3.53)$$

où c_1 est une constante d'intégration indépendante de t . A partir de la condition initiale $N_3(t=0) = 0$, on trouve que $c_1 = WL \frac{J}{e} \tau_3$. On en déduit que

$$N_3(t) = WL \frac{J}{e} \tau_3 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_3}}) \quad (3.54)$$

Pour l'équation (3.52b), nous allons chercher la solution de cette équation sous la forme d'un produit de deux fonctions.

Posons $N_2(t) = u(t)v(t)$,

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = u(t) \frac{dv(t)}{dt} + v(t) \frac{du(t)}{dt} \quad (3.55)$$

Par substitution dans l'équation (3.52b), on obtient

$$u(t) \left(\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v}{\tau_{21}} \right) + v(t) \frac{du(t)}{dt} = \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) N_3. \quad (3.56)$$

Choisissons la fonction v de sorte que l'on ait

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v}{\tau_{21}} = 0. \quad (3.57)$$

L'intégration de cette équation conduit à l'expression suivante :

$$v(t) = e^{-\frac{t}{\tau_{21}}}. \quad (3.58)$$

En remplaçant l'équation (3.58) dans l'équation (3.56) et en utilisant l'équation (3.54), on trouve une équation différentielle linéaire de premier ordre sous la forme suivante :

$$e^{-\frac{t}{\tau_{21}}} \frac{du(t)}{dt} = WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) (1 - e^{-\frac{t}{\tau_3}}). \quad (3.59)$$

L'intégration de cette équation conduit à l'expression suivante :

$$u(t) = WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \left(\tau_{21} e^{\frac{t}{\tau_{21}}} + \frac{1}{\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{\tau_{21}}} e^{-\left(\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{\tau_{21}}\right)t} \right) + WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) c_2 \quad (3.60)$$

où c_2 est une constante d'intégration indépendante de t .

En remplaçant les expressions (3.58) et (3.60) dans l'expression $N_2(t) = u(t)v(t)$, on trouve

$$N_2(t) = WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \left(\tau_{21} + \frac{1}{\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{\tau_{21}}} e^{-\frac{t}{\tau_3}} \right) + WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) c_2 e^{-\frac{t}{\tau_{21}}} \quad (3.61)$$

A partir de la condition initiale $N_2(t=0) = 0$, on trouve que $c_2 = -\left(\tau_{21} + \frac{1}{\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{\tau_{21}}} \right)$. On

en déduit que

$$N_2(t) = WL \frac{J}{e} \tau_3 \tau_{21} \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \left(1 + \frac{e^{-\frac{t}{\tau_3}}}{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} - 1} - e^{-\frac{t}{\tau_{21}}} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_{21}}}}{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} - 1} \right) \quad (3.62)$$

soit

$$N_2(t) = WL \frac{J}{e} \tau_3 \tau_{21} \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \left(\frac{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{21}}}) - 1 + e^{-\frac{t}{\tau_3}}}{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} - 1}} \right). \quad (3.63)$$

Pour $t \rightarrow \infty$, un régime stationnaire est atteint avec $N_3(\infty) = WL \frac{J}{e} \tau_3$

et $N_2(\infty) = WL \frac{J}{e} \frac{\tau_{31} \tau_{21}}{\tau_{31} + \tau_{32}}$. Ces populations stationnaires des niveaux 3 et 2 pourraient être

aisément obtenues directement à partir des équations (3.52) en égalisant à zéro les deux dérivées par rapport au temps, on retrouve alors les mêmes expressions analytiques établis dans le paragraphe 3.3.3.

En introduisant l'inversion de population inter-sousbandes $\Delta N = N_3 - N_2$ entre les niveaux 3 et 2 et en soustrayant membre à membre les équations (3.63) et (3.54), il vient

$$\Delta N(t) = WL \frac{J}{e} \tau_3 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_3}}) - WL \frac{J}{e} \tau_3 \tau_{21} \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \left[\frac{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{21}}}) - 1 + e^{-\frac{t}{\tau_3}}}{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} - 1} \right] \quad (3.64)$$

$$= WL \frac{J}{e} \tau_3 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_3}}) \left[1 + \tau_{21} \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \frac{1}{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} - 1} \right] - WL \frac{J}{e} \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \tau_3 \tau_{21} \frac{\tau_{21}}{\tau_3} \frac{(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{21}}})}{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} - 1} \quad (3.65)$$

En posant

$$\xi_1 = 1 + \tau_{21} \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \frac{1}{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} - 1}, \quad (3.66a)$$

$$\xi_2 = \tau_{21} \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \frac{\tau_{21}}{\tau_3} \frac{1}{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} - 1}, \quad (3.66b)$$

réécrivons (3.65) sous la forme

$$\Delta N(t) = WL \frac{J}{e} \tau_3 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_3}}) \xi_1 - WL \frac{J}{e} \tau_3 \xi_2 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{21}}}) \quad (3.67)$$

On peut considérer que l'équation (3.67) décrit très bien la partie de la courbe de l'inversion de population $\Delta N(t)$ dans l'intervalle de temps allant de 0 à t_{th} .

Le laser entre en oscillation à l'instant où l'inversion de population atteint la valeur de seuil $\Delta N = \Delta N_{th}$, d'où

$$\Delta N_{th} = WL \frac{J}{e} \tau_3 \left[(1 - e^{-\frac{t_{th}}{\tau_3}}) \xi_1 - \xi_2 (1 - e^{-\frac{t_{th}}{\tau_{21}}}) \right] \quad (3.68)$$

En utilisant l'équation (3.15) et en tenant compte des expressions (3.66), réécrivons le résultat (3.68) sous la forme définitive :

$$\frac{\xi_1 \exp\left(-\frac{t_{th}}{\tau_3}\right) - \xi_2 \exp\left(-\frac{t_{th}}{\tau_{21}}\right)}{\xi_1 - \xi_2} = 1 - \frac{J_{th}}{J}. \quad (3.69)$$

Dans les lasers de l'état solide $\tau_{21} \ll \tau_{32}$, donc $\xi_1=1$ et $\xi_2=0$, et par conséquent on trouve un résultat identique au cas des lasers conventionnels $t_{th} = \tau_3 \ln\left(\frac{J}{J - J_{th}}\right)$ [Iizuka 02].

L'équation (3.69) n'a pas de solutions analytiques. Pour obtenir la valeur de t_{th} , nous résolvons numériquement par la méthode de Newton l'équation (3.69) (Annexe B).

Nous avons tracé sur la figure 3.6 la variation du temps d'amorçage t_{th} en fonction de la densité du courant d'injection J normalisée par rapport à sa valeur au seuil J_{th} . La densité du courant normalisée a été augmentée de 1 à 7. Cette figure est obtenue en utilisant l'équation (3.69). Comme le montre la figure, le temps d'amorçage suit un comportement inverse à celui de la densité du courant. Nous remarquons aussi que cette variation présente une valeur maximale du temps d'amorçage pour une densité du courant proche du seuil et décroît considérablement quand la densité du courant augmente.

Pour une densité du courant $J=2.5J_{th}$, la valeur obtenue pour t_{th} est de 0.66 ps.

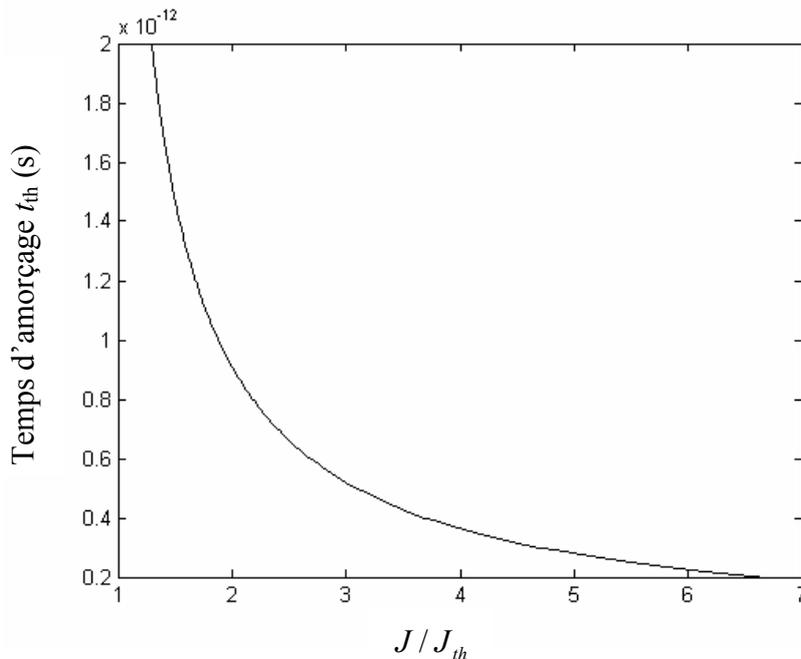


Figure 3.6: Temps d'amorçage (turn-on delay time) t_{th} en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil obtenu en utilisant la relation (3.69).

Afin d'obtenir graphiquement le temps d'amorçage du laser à CQ, nous traçons sur la figure 3.7 l'évolution temporelle de l'inversion de population ΔN normalisée par rapport à sa valeur au seuil ΔN_{th} pour différentes valeurs de la densité du courant. Ici le temps est représenté en échelle logarithmique. Nous montrons aussi graphiquement sur la même figure les différentes positions du temps d'amorçage (cercles de la figure) quand on change la densité du courant d'injection. Ces positions correspondent à une inversion de population réduite égale à 1, en encart, nous montrons le comportement du temps d'amorçage en fonction de la densité du courant d'injection.

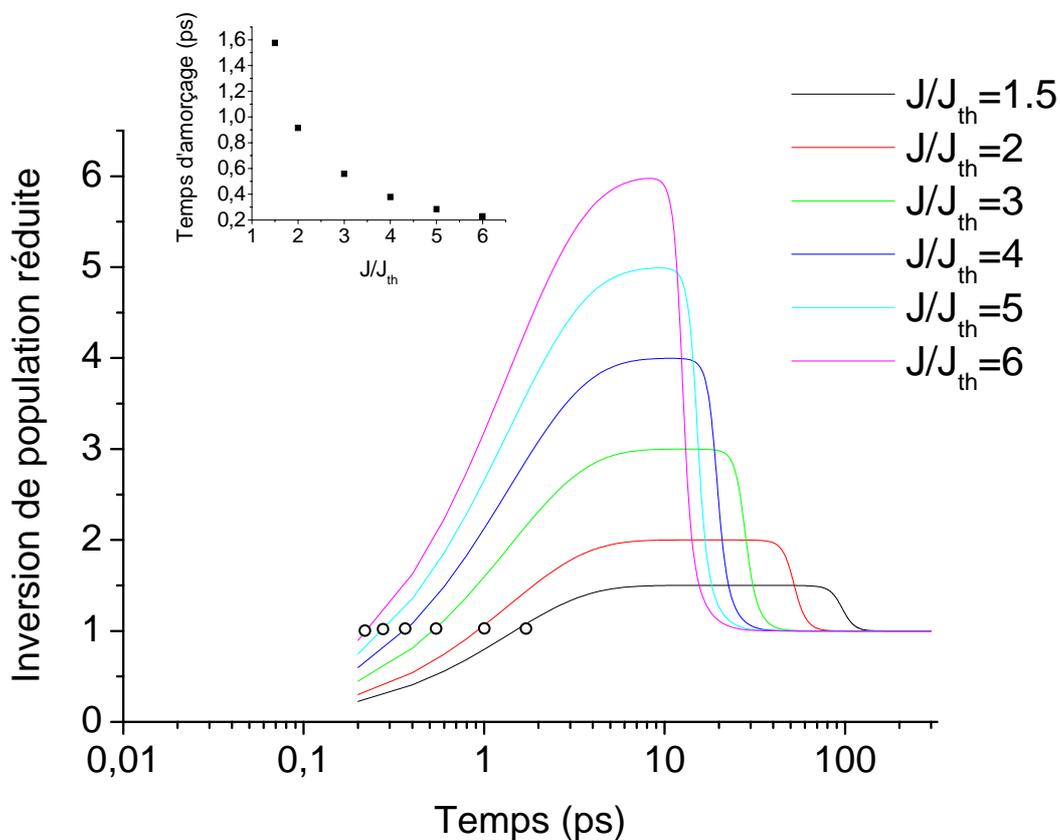


Figure 3.7: Visualisation sur la courbe de l'évolution temporelle de l'inversion de population normalisée par rapport à sa valeur au seuil, des différentes positions du temps d'amorçage t_{th} en fonction de la densité du courant avec $\beta=2 \times 10^{-3}$ [Yamanishi 08] et $\tau_{out}=1$ ps [Iotti 05]. En encart, le temps d'amorçage en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil tirés graphiquement à partir de la même figure (cercles de la figure).

La figure 3.8 montre une comparaison entre les résultats analytiques exposés dans ce paragraphe avec les résultats tirés graphiquement à partir de la figure 3.7. Le trait plein est pour les résultats analytiques obtenus en utilisant la relation (3.69) alors que les cercles rouges

représentent les résultats graphiques. Notre approche analytique montre clairement un très bon accord avec les résultats graphiques.

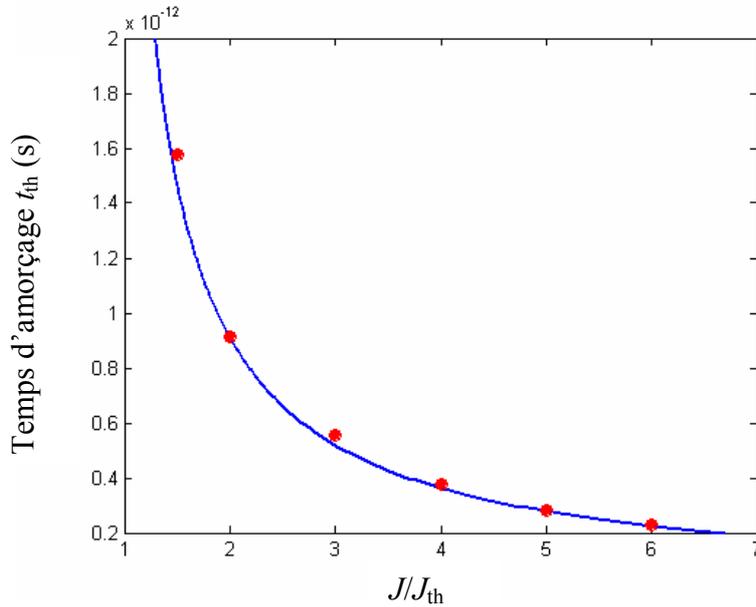


Figure 3.8: Temps d'amorçage (turn-on delay time) t_{th} en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil. Les résultats obtenus à l'aide de la relation (3.69) sont représentés en traits pleins. Les cercles rouges sont tirés graphiquement à partir de l'évolution temporelle de l'inversion de population (figure 3.7).

3.4.2.1.2 Estimation du temps d'accroissement $\Delta t_{10\%}$ (buildup time)

Pour déterminer l'évolution temporelle du nombre de photons N_{ph} dans la période où l'inversion de population est approximativement constante, on peut remplacer les variables dynamiques $N_3(t)$ et $\Delta N(t)$ par leurs valeurs respectives $N_3^{(0)}$ et $\Delta N^{(0)}$, où le nombre de photons dans la cavité est encore petit, et ne retenir que l'équation qui en résulte pour la variable N_{ph} . Cette équation s'écrit en utilisant l'équation (3.1d) sous la forme :

$$\frac{dN_{ph}}{dt} = N\Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} \Delta N^{(0)} N_{ph} + N\beta \frac{N_3^{(0)}}{\tau_{sp}} - \frac{N_{ph}}{\tau_p}. \quad (3.70)$$

A partir des équations (3.8) et (3.13) on obtient pour $N_3^{(0)}$ et $\Delta N^{(0)}$ les expressions suivantes :

$$N_3^{(0)} = WL \frac{J}{e} \tau_3, \quad (3.71)$$

$$\Delta N^{(0)} = WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right). \quad (3.72)$$

En substituant les équations (3.71) et (3.72) dans l'équation (3.70), il vient

$$\frac{dN_{ph}}{dt} = N\Gamma \frac{c'\sigma_{32}}{V} WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right) N_{ph} + N\beta WL \frac{J}{e} \frac{\tau_3}{\tau_{sp}} - \frac{N_{ph}}{\tau_p}. \quad (3.73)$$

En utilisant l'équation (3.17), on obtient

$$\frac{dN_{ph}}{dt} = \frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right) N_{ph} + WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}}. \quad (3.74)$$

C'est une équation différentielle en N_{ph} qu'on peut résoudre facilement.

L'intégration de l'équation (3.74) donne :

$$\frac{\tau_p}{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right)} \ln \left(\frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right) N_{ph} + WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}} \right) = t + c_3 \quad (3.75)$$

Multiplions membre à membre l'équation (3.75) par $\frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right)$, il vient

$$\ln \left(\frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right) N_{ph} + WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}} \right) = \frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right) t + c_4 \quad (3.76)$$

$$\frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right) N_{ph} + WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}} = c_5 e^{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) \frac{t}{\tau_p}} \quad (3.77)$$

$$\frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right) N_{ph} = c_5 e^{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) \frac{t}{\tau_p}} - WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}} \quad (3.78)$$

Dans les équations (3.75)-(3.78) c_3 , $c_4 = \frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right) c_3$ et $c_5 = \exp(c_4)$ sont les constantes d'intégration indépendantes de t .

A partir de la condition initiale $N_{ph}(t=0) = 0$, on trouve que $c_5 = N\beta WL \frac{J}{e} \frac{\tau_3}{\tau_{sp}}$. On en déduit que

$$\frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right) N_{ph} = WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}} e^{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) \frac{t}{\tau_p}} - WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}} \quad (3.79)$$

$$\frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right) N_{ph} = WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}} \left(e^{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) \frac{t}{\tau_p}} - 1 \right) \quad (3.80)$$

En divisant par $\frac{1}{\tau_p} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right)$, il vient

$$N_{ph}(t) = \frac{\tau_p}{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right)} WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}} \left(e^{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) \frac{t}{\tau_p}} - 1 \right) \quad (3.81)$$

On peut considérer que l'équation (3.81) décrit bien la partie de la courbe N_{ph} dans l'intervalle Δt . Le nombre de photons croit donc de façon exponentielle avec une constante de temps $\tau_p / \left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right)$.

On peut définir le temps $\Delta t_{10\%}$ comme l'intervalle de temps entre l'instant d'amorçage et l'instant où le nombre de photons atteint 1/10 de son nombre de photons stationnaire : $N_{ph}(\Delta t_{10\%}) = 0.1 N_{ph}$

$$\frac{1}{10} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) N_{ph,sat} = \frac{\tau_p}{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right)} WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}} \left(e^{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right) \frac{\Delta t_{10\%}}{\tau_p}} - 1 \right) \quad (3.82)$$

En inversant, on est conduit à l'expression suivante pour le temps nécessaire au laser pour atteindre 1/10 de son nombre de photons stationnaire:

$$\Delta t_{10\%} = \frac{\tau_p}{\frac{J}{J_{th}} - 1} \ln \left(1 + \frac{1}{10} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right)^2 \frac{1}{WL \frac{J}{e} \tau_3 \tau_p} \frac{\tau_{sp}}{N\beta} N_{ph,sat} \right) \quad (3.83)$$

La figure 3.9 montre l'évolution du temps d'accroissement (buildup time) $\Delta t_{10\%}$, obtenue à partir de la relation (3.83), en fonction du courant d'injection J normalisée par rapport à la densité du courant au seuil J_{th} pour différentes valeurs du facteur d'émission spontanée β . On remarque que $\Delta t_{10\%}$ est une fonction décroissante de J et β . On constate aussi que loin du seuil d'oscillation $\Delta t_{10\%}$ varie peu. Pour $J/J_{th} < 1.4$, le temps d'accroissement varie rapidement avec J . Cette variation peut être attribuée au taux de transition radiative : A faible courant d'injection, le nombre de photons émis par transitions inter-sousbandes est faible et par conséquent $\Delta t_{10\%}$ est grand. Au contraire, loin du seuil d'oscillation, ce nombre devient important et donc $\Delta t_{10\%}$ est considérablement réduit. Notons en outre que pour $J=1.4J_{th}$, $\Delta t_{10\%}$ chute d'un facteur 1.4 lorsque le facteur d'émission spontanée passe de 2×10^{-3} à 60×10^{-3} .

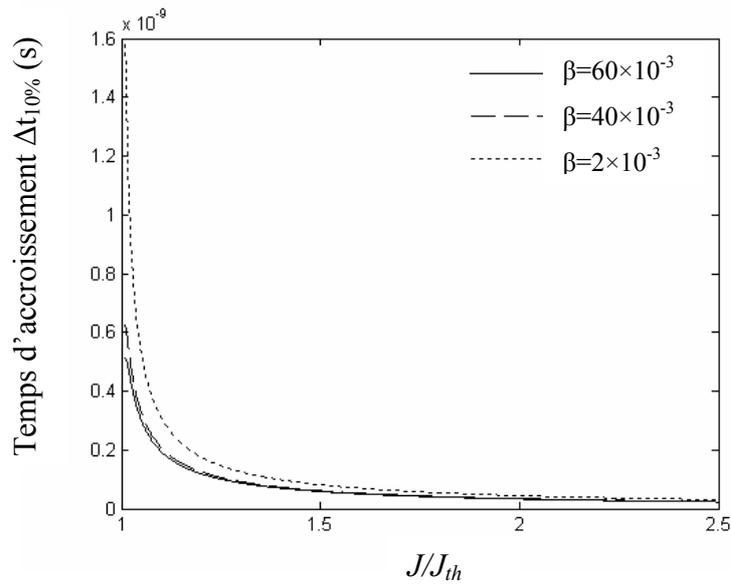


Figure 3.9: Temps d'accroissement (buildup time) $\Delta t_{10\%}$ en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil pour différentes valeur du facteur d'émission spontanée.

Afin d'obtenir graphiquement le temps d'accroissement $\Delta t_{10\%}$, temps nécessaire pour que le nombre de photons atteint 10% de son nombre de photons stationnaire, nous traçons dans la figure 3.10 l'évolution temporelle du nombre de photons N_{ph} normalisé par rapport au

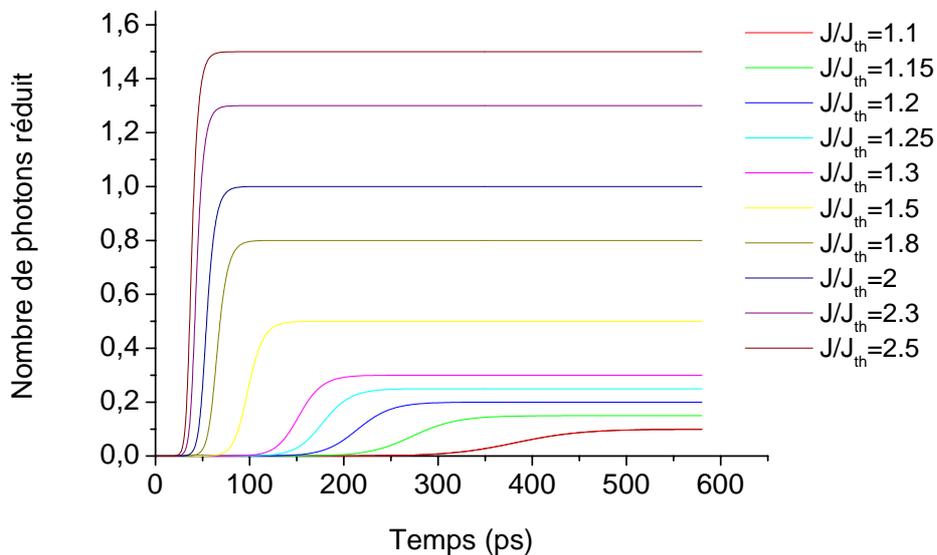


Figure 3.10: Evolution temporelle du nombre de photons réduit pour différente densité du courant avec $\beta=2\times 10^{-3}$ [Yamanishi 08] et $\tau_{out}=1ps$ [Iotti 05].

nombre de photons de saturation $N_{ph,sat}$ pour différentes valeurs de la densité du courant d'injection J . Cette figure est obtenue pour $\beta=2\times 10^{-3}$. L'évolution de $\Delta t_{10\%}$ en fonction du

courant d'injection obtenue à partir de la relation (3.83) est tracée en trait plein sur la figure 3.11. On peut la comparer aux résultats tirés graphiquement indiqués par des cercles rouges pleins sur cette même figure. On constate que les résultats graphiques sont en très bon accord avec les valeurs obtenues par l'approche analytique.

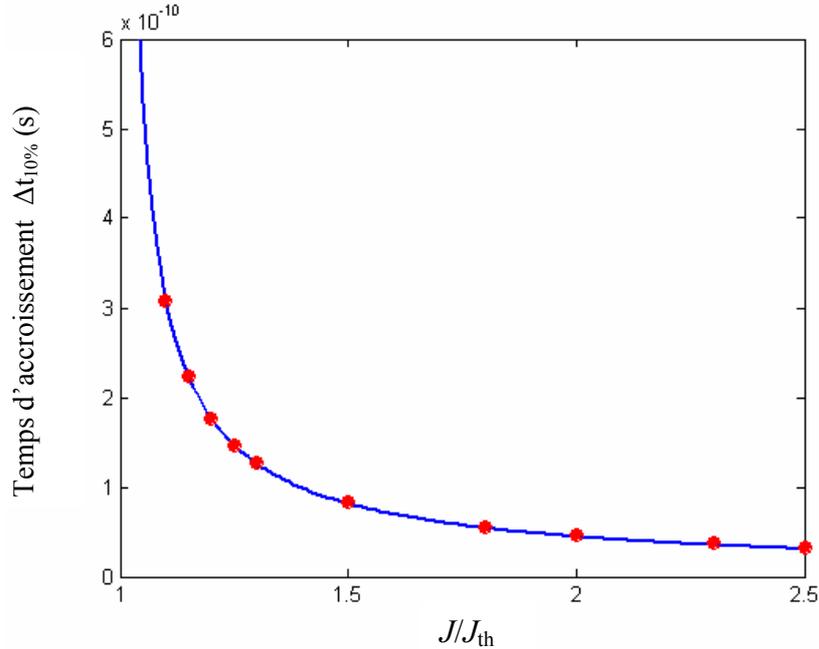


Figure 3.11: Temps d'accroissement (buildup time) $\Delta t_{10\%}$ en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil. Les résultats obtenus analytiquement à l'aide de la relation (3.83) sont représentés en traits pleins. Les cercles rouges sont tirés graphiquement à partir de l'évolution temporelle du nombre de photons (figure 3.10).

A partir des équations (3.69) et (3.83) nous trouvons la relation entre le temps de retard t_d et les paramètres fondamentaux du laser à CQ tels que l'intensité du courant injecté, le facteur d'émission spontanée, et les différents temps de transition non radiative :

$$t_d \approx t_{th} + \frac{\tau_p}{\frac{J}{J_{th}} - 1} \ln \left(1 + \frac{1}{10} \left(\frac{J}{J_{th}} - 1 \right)^2 \frac{1}{WL \frac{J}{e} \tau_3 \tau_p} \frac{\tau_{sp}}{N \beta} N_{ph,sat} \right) \quad (3.84)$$

On constate d'après l'équation (3.84) que le temps de retard t_d dépend des conditions d'injection des électrons dans le niveau 3 mais également du facteur d'émission spontanée β indispensable au démarrage du laser. Le temps de retard t_d augmente évidemment lorsque le coefficient d'émission spontanée diminue. Dans les lasers solides, le temps de retard t_d est typiquement de l'ordre de quelques microsecondes [Dangoisse 98]. En revanche, dans le cas des lasers à CQ ce temps est de l'ordre de quelques dizaines de picoseconde. Cet effet est

expliqué naturellement par les durées de vies très courtes des niveaux laser dans les transitions inter-sousbandes.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié théoriquement le comportement dynamique d'un laser à CQ émettant dans l'infrarouge moyen. Après avoir calculé en régime stationnaire les expressions des populations d'électrons dans les niveaux laser et le nombre de photons dans la cavité, nous avons tracé l'évolution temporelle des différentes variables laser où nous avons trouvé que le courant d'injection joue un rôle central dans la dynamique des lasers à CQ.

Les formules analytiques donnant les valeurs du temps d'amorçage (Turn-on delay time) t_{th} , le temps d'accroissement (buildup time) $\Delta t_{10\%}$ que met le laser pour atteindre 10% de son nombre de photons stationnaire et le temps de retard ont été établis en fonction du courant d'injection et des différents temps de relaxation. Nos résultats numériques montrent aussi que le facteur d'émission spontané affecte fortement le temps de retard.

Conclusion générale

Le travail présenté dans cette thèse porte sur deux sujets: 1) la modélisation thermique et 2) l'étude dynamique des lasers à cascades quantiques (CQ) émettant dans l'infrarouge moyen.

Nous avons tout d'abord présenté dans le premier chapitre le domaine infrarouge moyen. Nous avons ainsi évoqué l'intérêt des sources émettant dans cette gamme, ainsi que les différents types de lasers fonctionnant dans cet intervalle spectral. Après avoir présenté quelques notions de base sur les hétérostructures à semiconducteurs et leurs propriétés optiques, nous avons expliqué le principe de fonctionnement des lasers inter-sousbandes, et les différentes structures proposées pour augmenter leurs performances. Nous avons également précisé les nombreuses méthodes d'épitaxies qui permettent de fabriquer ces dispositifs. Enfin, nous avons terminé ce chapitre en donnant un bref aperçu des divers canaux de transport des électrons qui sont derrière la dégradation des performances des lasers à CQ.

Dans la première partie du deuxième chapitre de cette thèse, nous avons établi un modèle compact simple basé sur les équations du bilan permettant de décrire la dépendance en température des différents paramètres laser à savoir : L'inversion de population, la densité du courant du seuil, le gain modal non saturé, la puissance optique émise et enfin l'efficacité radiative. Notre modèle, incluant l'efficacité d'injection, est basé sur l'hypothèse que, dans l'infrarouge moyen, la dépendance en température des temps de transition non radiative des électrons dans les niveaux laser et le terme d'élargissement sont dues au nombre de phonons optiques émis par relaxation non radiative. D'autre part, la durée de vie du niveau laser haut est une fonction de la température via le nombre de phonons optiques ainsi que le temps de fuite des électrons vers les états du continuum par effet thermo-ionique. Le calcul montre une chute drastique des temps de transition non radiative des électrons à haute température. Cette chute est très importante lorsqu'on tient compte de l'émission thermo-ionique dans le calcul de la durée de vie du niveau laser haut. En ce qui concerne le terme d'élargissement, nous avons obtenue des résultats cohérents avec les résultats expérimentaux de la littérature.

Ensuite, dans la deuxième partie de ce même chapitre, nous avons appliquée le modèle à l'étude thermique dans un laser à CQ émettant dans l'infrarouge moyen. Nous avons comparé le comportement thermique du courant d'injection de seuil calculé avec les résultats expérimentaux d'autres auteurs. Nous avons déduit que l'augmentation du courant d'injection de seuil avec la température est causée principalement, par la diminution de la durée de vie du niveau supérieur de la transition laser due au processus de l'émission thermo-ionique et l'augmentation de la population des phonons optiques. A température ambiante, notre modèle sous-estime le courant d'injection de 12% environ. Cette sous-estimation peut être lié au fait que l'efficacité d'injection dans le niveau laser haut diffère de 1. Nous avons ensuite présenté une interprétation physique de cet effet, montrant qu'il est inhérent en partie aux transitions directes entre les niveaux de l'injecteur et le niveau inférieur de la transition laser.

Nous avons, enfin, montré que l'élévation de la température joue un rôle primordial dans la dégradation de l'inversion de population, du gain modal, de la puissance émise et de l'efficacité radiative.

Le modèle développé rend compte des résultats expérimentaux de façon assez satisfaisante ce qui nous a permis de valider notre modèle.

Dans le troisième chapitre, nous nous sommes intéressés aux comportements statique et dynamique des lasers à CQ. Les solutions statiques nous ont permis d'exprimer la population des niveaux en fonction du courant d'injection tandis qu'une étude dynamique a conduit aux expressions analytiques permettant de calculer le temps d'amorçage t_{th} et le temps d'accroissement $\Delta t_{10\%}$. Notre calcul montre que le nombre d'électrons dans les niveaux lasers augmente au-delà du seuil, et c'est contraire à ce qui se passe dans un laser interbandes à semiconducteur dans lequel le nombre d'électrons n'augmente pas au-delà de sa valeur seuil. Ce résultat marque une autre particularité des lasers à CQ. Ainsi, une augmentation de la densité du courant d'injection dans les lasers à CQ mène non seulement à une augmentation du nombre d'électrons mais également à une augmentation du nombre de photons. Du point de vue analytique, nous avons montré que le temps d'amorçage est inversement proportionnel à la densité du courant d'injection tandis que le temps d'accroissement décroît exponentiellement lorsque la densité du courant d'injection augmente. L'étude analytique a permis de comparer les différents résultats numériques en fonction du courant d'injection.

Concernant l'analyse numérique des lasers à CQ, nos résultats, similaires avec la littérature existante, ont mis en évidence le rôle déterminant du courant d'injection sur la dynamique des populations d'électrons et de photons.

Bibliographie

- [Arthur 68] J. R. Arthur, *J. Appl. Phys.* 39 (1968) 4032.
- [Adachi 85] S. Adachi, *J. Appl. Phys.* 58 (1985) R1.
- [Ajili 07] L. Ajili, Quantum cascade Lasers at terahertz frequencies, thèse de doctorat, Université de Neuchâtel (2007).
- [Born 75] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics*, 5^e ed, Pergamon. (1975) 790.
- [Bastard 86] G. Bastard and J. A. Brum, *IEEE J. Quantum. Electron.* 22 (1986).
- [Borenstain 89] S. I. Borenstain and J. Katz, *Appl. Phys. Lett.* 55 (1989) 654.
- [Boucaud 91] P. Boucaud and F. H. Julien, *J. Phys. III.* 1 (1991) 13.
- [Breiland 99] W.G. Breiland, M. E. Coltrin, J. R. Creighton, H. Q. Hou, H. K. Moffat, J. Y. Tsao, *Materials Science and engineering.* R24 (1999) 241.
- [Barbieri 00] S. Barbieri, C. Sirtori, H. Page, M. Beck, J. Faist, J. Nagle, *IEEE J. Quantum. Electron.* 36 (2000) 736.
- [Becker 02] C. Becker, C. Sirtori, H. Page, A. Robertson, V. Ortiz, X. Marcadet, *Phys. Rev. B* 65 (2002) 085305.
- [Burn 06] J. L. Burn, *Optical lithography-present and future challenges*, Hsinchu, Taiwan, Volume 7. N8 (2006) 858.
- [Bewley 07] W. W. Bewley, C. L. Canedy, M. Kim, C. S. Kim, J. A. Nolde, J. R. Lindle, I. Vurgaftman, J. R. Meyer, *Electron. Lett.* 43 (2007) 283.
- [Bewley 08] W. W. Bewley, J. R. Lindle, C. L. Canedy, M. Kim, C. S. Kim, D. C. Larrabee, I. Vurgaftman, J. R. Meyer, *J. Appl. Phys.* 103 (2008) 013114.
- [Biémont 08] E. Biémont, *Spectroscopie moléculaire-Structures moléculaires et analyse spectrale*, Editeur De Boeck. (2008) 427.
- [Courtot 72] Courtot, *Eléments de photochimie avancées*, Lavoisier Librairie. (1972).
- [Chang 73] L. L. Chang, L. Esaki, W.E. Howard, E. Ludeke, G. J. Schul, *Vac. Sci. Technol.* 10 (1973) 655.
- [Chelikowski 76] J. R. Chelikowski and M. L. Cohen, *Phys. Rev. B.* 14 (1976) 556.
- [Capasso 86] F. Capasso, K. Mohammed, A. Y. Cho, *IEEE J. Quantum Electron.* 22 (1986) 1853.
- [Chuang 91] S. L. Chuang, *Phys. Rev B.* 43 (1991).
- [Capasso 92] F. Capasso, C. Sirtori, J. Faist, D.L. Sivco, S.N.G. Chu, A.Y. Cho, *Nature.* 358 (1992) 565.
- [Chin 94] M. K. Chin, D. Y. Chu, S.-T. Ho, *J. Appl. Phys.* 75 (1994) 3302.
- [Coldren 95] L. A. Coldren, S.W. Corzine, *Diode Lasers and Photonics Integrated Circuits*, Wiley, New York. (1995).

- [Colombelli 01a] R. Colombelli, F. Capasso, C. Gmachl, A.L. Hutchinson, D.L. Sivco, A. Tredicucci, M.C. Wanke, A.M. Sergent, A.Y. Cho, *Appl. Phys. Lett.* 78 (2001) 2620.
- [Colombelli 01b] R. Colombelli, A. Tredicucci, C. Gmachl, F. Capasso, D. L. Sivco, A. M. Sergent, A. L. Hutchinson, A. Y. Cho, *Electron. Lett.* 37 (2001)1023.
- [Capasso 02] F. Capasso, R. Paiella, R. Martini, R. Colombelli, C. Gmachl, T. L. Myers, M. S. Taubman, R. M. Williams, C. G. Bethea, K. Unterrainer, H. Y. Hwang, D. L. Sivco, A. Y. Cho, A. M. Sergent, H. C. Liu, E. A. Whittaker, *IEEE J. Quantum Electron.* 38 (2002) 511.
- [Choi 04] H. K. Choi, *Long-Wavelength Infrared Semiconductor Lasers*, John Wiley & Sons, Inc (Hoboken-New Jersey). (2004).
- [Canedy 07] C. L. Canedy, W. W. Bewley, M. Kim, C. S. Kim, J. A. Nolde, D. C. Larrabee, J. R. Lindle, I. Vurgaftman, J. R. Meyer, *Appl. Phys. Lett.* 90 (2007) 181120.
- [Dingle 74] R. Dingle, W. Wiegmann, C. H. Henry, *Phys. Rev. Lett.* 33 (1974) 827.
- [Deacon 77] D. A. G. Deacon, L. R. Elias, J. M. J. Madey, C. J. Ramian, H. A. Schwettman, T. I. Smith, *Phys. Rev. Lett.* 36 (1977) 892.
- [Démidovitch 87] B. Démidovitch, I. Maron, *Element de Calcul Numérique*, Editions MIR, Moscou, (1987) 717.
- [Dlottd 91] D. D. Dlottd and M. D. FAYER, *IEEE J. Quantum. Electron.* 27 (1991) 2697.
- [Debaisieux 97] G. Debaisieux, G. Herve-Gruyer, M. Filoche, S. Bouchoule, J. F. Palmier, *Optical and Electronics.* 29 (1997).
- [Dangoisse 98] D. Dangoisse, D. Hennequin, V. Zehnlé-Dhaoui, *les lasers : Cours et exercices corrigés*, Edition Dunod. Paris. (1998) 233.
- [Davies 98] J. H. Davies, *The Physics of Low-Dimensional Semiconductors: An Introduction*. Cambridge University Press, Cambridge. (1998).
- [Diehl 06] L. Diehl, D. Bour, S. Corzine, J. Zhu, G. Höfler, B.G. Lee, C.Y. Wang, M. Troccoli, F. Capasso, *Appl. Phys. Lett.* 88 (2006) 041102.
- [Devenson 06] J. Devenson, D. Barate, O. Cathabard, R. Teissier, A. N. Baranov, *Appl. Phys. Lett.* 89 (2006) 191115.
- [Devenson 07] J. Devenson, O. Cathabard, R. Teissier, A. N. Baranov, *Appl. Phys. Lett.* 91(2007) 251102.
- [Esaki 70] L. Esaki and R. Tsu, *IBM J. Res. Develop.* 14 (1970) 61.
- [Evans 06] C.A. Evans, V. D. Jovanovic', D. Indjin, Z. Ikonc', P. Harrison, *IEEE J. Quantum. Electron.* 42 (2006) 859.
- [Frank 45] I. Frank and V. Ginsburg, *J. Phys.* IX (1945) 353.
- [Fletcher 84] C. A. J. Fletcher, *Computational Galerkin Methods*, Springer-Verlag. (1984).
- [Ferreira 89] R. Ferreira and G. Bastard, *Phys. Rev. B.* 40 (1989) 1074.

- [Faist 94] J. Faist, F. Capasso, D.L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson, A.Y. Cho, *Science*. 264 (1994) 553.
- [Faist 96] J. Faist, F. Capasso, C. Sirtori, D. L. Sivco, J. N. Baillargeon, A. L. Hutchinson, S. G. Chu, A.Y. Cho, *Appl. Phys. Lett.* 68 (1996) 3680.
- [Faist 00] J. Faist, F. Capasso, C. Sirtori, D. L. Sivco, A. Y. Cho, in *Intersubband transitions in Quantum Wells: Physics and Device Applications II*, Semiconductors and Semimetals Vol. 66 (Academic, New York). (2000).
- [Faist 01] J. Faist, M. Beck, D. Hofstetter, T. Aellen, E. Gini, *Appl. Phys. Lett.* 78 (2001) 147.
- [Faist 02] J. Faist, D. Hofstetter, M. Beck, T. Aellen, M. Rochat, S. Blaser, *IEEE J. Quantum. Electron.* 38 (2002) 533.
- [Fossard 02] F. Fossard, *Spectroscopie infrarouge des fils et boîtes quantiques d'InAs/InAlAs/InP(001)*. Thèse de doctorat, Université Paris XI (2002).
- [Gornik 76] E. Gornik and D. C. Tsui, *Phys. Rev. Lett.* 37 (1976) 1425.
- [Gossard 86] A. C. Gossard, *IEEE J. Quantum Electron*, Vol QE-22 (1986) 1649.
- [Gerald 89] Gerald. B. Stringfellow, *Organometallic Vapor-Phase Epitaxy*, Academic Press INC. (1989).
- [Gershoni 93] D. Gershoni, C. H. Henry, G.A. Baraff, *IEEE J. Quantum. Electron.* 29(9) (1993) 2433.
- [Gelmont 95] B. Gelmont, M. Shur, M. Stroschio, *J. Appl. Phys.* 77 (1995) 657.
- [Gauthier 97a] O. Gauthier-Lafaye, S. Sauvage, P. Boucaud, F. H. Julien, R. Prazeres, F. Glotin, J.-M. Ortega, V. Thierry-Mieg, R. Planel, J.-P. Leburton, V. Berger, *Appl. Phys. Lett.* 70 (1997) 3645.
- [Gauthier 97b] O. Gauthier-Lafaye, P. Boucaud, F. H. Julien, S. Sauvage, S. Cabaret, J.-M. Lourtioz, V. Thierry-Mieg, R. Planel, *Appl. Phys. Lett.* 71 (1997) 3619.
- [Gmachl 98] C. Gmachl, F. Capasso, J. Faist, A. L. Hutchinson, A. Tredicucci, D. L. Sivco, J. N. Baillargeon, S. N. G. Chu, A. Y. Cho, *Appl. Phys. Lett.* 72 (1998) 1430.
- [Gmachl 99] C. Gmachl, F. Capasso, A. Tredicucci, D. L. Sivco, R. Kohler, A. L. Hutchinson, A. Y. Cho, *IEEE J. Selected Topics Quantum Electronics* 5 (1999) 808.
- [Gauthier 00] O. Gauthier-Lafaye, B. Seguin-Roa, F. H. Julien, P. Collot, C. Sirtori, J.-Y. Duboz, G. Strasser, *Physica E*. 7 (2000) 12.
- [Gmachl 01] C. Gmachl, F. Capasso, D.L. Sivco, A. Y. Cho. *Rep. Prog. Phys*, 64 (2001) 1533.
- [Green 03] R. P. Green, A. Krysa, J.S. Roberts, D.G. Revin, L.R. Wilson, E.A. Zibik, W.H. Ng, J.W. Cockburn, *Appl. Phys. Lett.* 83 (2003) 1921.
- [Gao 03] S. W. Gao, J. C. Cao, S. L. Feng, *Physica B*. 337 (2003) 230.
- [Green 04] R. P. Green, L. R. Wilson, E. A. Zibik, D. G. Revin, J. W. Cockburn, C. Pflügl, W. Schrenk, G. Strasser, A. B. Krysa, J. S. Roberts, C. M. Tey, A. G. Cullis, *Appl. Phys. Lett.* 85 (2004) 5529.

- [Gao 06] X. Gao, D. Botez, I. Knezevic, *Appl. Phys. Lett.* 89 (2006) 191119.
- [Gao 07a] X. Gao, D. Botez, I. Knezevic, *J. Appl. Phys.* 101 (2007) 063101.
- [Gao 07b] X. Gao, D. Botez, I. Knezevic, *J. Comput. Electron.* 6 (2007) 305.
- [Godard 07] A. Godard, Infrared (2-12) μm solid-state laser sources: a review, *Comptes rendus de physique.* (2007) 1100.
- [Gordon 08] A. Gordon, C. Y. Wang, L. Diehl, F. X. Kärtner, A. Belyanin, D. Bour, S. Corzine, G. Höfler, H. C. Liu, *Phys. Rev A* 77 (2008) 053804.
- [Holonyak 80] N. Holonyak, R. M. Kolbas, R. M. Dupnis, P. D. Dakus, *IEEE J. Quantum. Electron.* Vol QE-16 (1980) 170.
- [Huang 85] M. Huang and W. Y. Ching, *J. Phys. Chem. Solids*, 46 (1985) 977.
- [Helm 89] M. Helm, P. England, E. Colas, F. Derosa, S. Allen, *Phys. Rev. Lett.* 63 (1989) 74.
- [Hodges 92] S. E. Hodges, M. Munroe, D. Adkison, W. Gadomski, M. G. Rayer, *Opt. Lett.* 17 (1992) 931.
- [Helm 00] M. Helm, The basic physics of intersubband transitions. In H.C. Liu and F. Capasso, editors, *Intersubband transitions in quantum wells: Physics and device applications I*, volume 62, chapter 1. Academic Press. (2000) 99.
- [Hsu 00] C.F. Hsu, O. Jeong-Seok, P. Zory, D. Botez, *IEEE J. Sel.Top. Quantum. Electron.* 6 (2000) 491.
- [Harrison 01] P. Harrison and R. A. Soref, *IEEE J. Quantum. Electron.* 37(1) (2001) 153.
- [Hofstetter 01] D. Hofstetter, M. Beck, T. Aellen, J. Faist, U. Oesterle, M. Ilegems, E. Gini, H. Melchior, *Appl. Phys. Lett.* 78 (2001) 1964.
- [Holger 05] L. Holger, *Laser in medicine: Laser-Tissue interaction & applications: A Handbook for physicists*, Lavoisier librairie, (2005).
- [Höfling 05] S. Höfling, R. Kallweit, J. Seufert, J. Koeth, J. P. Reithmaier, Forchel, *J. Cryst. Growth.* 278 (2005) 775.
- [Höfling 06] S. Höfling, V.D. Jovanovic', D. Indjin, J.P. Reithmaier, A. Forchel, Z. Ikonc', N. Vukmirovic', P. Harrison, A. Mirc'etic', V. Milanovic', *Appl. Phys. Lett.* 88 (2006) 251109.
- [Iotti 00] R. C. Iotti and F. Rossi, *Appl. Phys. Lett.* 76 (2000) 2265.
- [Iizuka 02] K. Iizuka, *Elements of photonics*, V II, J. Wiley & Sons, NY. (2002).
- [Iotti 05] R. C. Iotti and F. Rossi, *Rep. Prog. Phys.* 68 (2005) 2533.
- [Julien 95] F. H. Julien, A. Sa'ar, J. Wang, J.-P. Leburton, *Electron. Lett.* 31 (1995) 838.
- [Julien site] F. H. Julien, *Lasers infrarouges unipolaires dans les puits quantiques semi-conducteurs*, Institut d'électronique fondamentale, URA 22 CNRS, Bât. 220, Université Paris XI, 91405 Orsay Cedex.
Disponible en ligne sur www.onversity.net/load/laser_unipolaire.pdf.

- [Julien 97] F. H. Julien and P. Boucaud. Optical intersubband absorption and emission in quantum structures in "Optical Spectroscopy of low-dimensional semiconductor". Eds G. Abstreiter Kluwer Academic Publisher. (1997).
- [Jenn 05] D. Jenn, Radar and Laser Cross Section Engineering, second Edition, Education series, (2005) 505.
- [Jayasekera 06] T. Jayasekera, N. Goel, M. A. Morrison, K. Mullen, Physica. E 34 (2006) 584.
- [Kazarinov 71] R. F. Kazarinov and R.A. Suris. Sov. Phys. Semicond. 5 (1971) 707.
- [Kruck 00] P. Kruck, H. Page, C. Sirtori, S. Barbieri, M. Stellmacher, J. Nagle, Appl. Phys. Lett. 76 (2000) 3340.
- [Levine 93] B. F. Levine, J. Appl. Phys. 74 (1993) R1.
- [Lin 97] C.-H. Lin, R. Q. Yang, D. Zhang, S. J. Murry, S. S. Pei, A. A. Allerman, S.R Kurtz, Electron. Lett. 33 (1997) 598.
- [Liu 97] C. Liu, R. Roy, H. D. I. Abarbanel, Z. Gills, K. Nunes, Phys. Rev. E 55 (1997) 6483.
- [Madey 71] J. M. J. Madey, J. App. Phys. 42 (1971) 1906.
- [Moussa 95] Z. Moussa, P. Boucaud, F.H. Julien, Y. Lavon, A. Sa'ar, V. Berger, J. Nagle, N. Coron, Electron.Lett. 31 (1995) 912.
- [Meyer 96] J. R. Meyer, I. Vurgaftman, R. Q. Yang, L. R. Ram-Mohan, Electron. Lett. 32 (1996) 45.
- [Muraki 99] K. Muraki, T. Saku, Y. Hirayama, N. Kumada, A. Sawada, Z.F. Ezawa, Solid. State Commun. 112 (1999) 625.
- [Mansour 06] K. Mansour, Y. Qiu, C. J. Hill, A. Soibel, R. Q. Yang, Electron. Lett. 42 (2006) 1034.
- [Nelson 63] H. Nelson, RCA Review, 24 (1963) 603.
- [Ortiz 03] V. Ortiz, C. Becker, H. Page, C. Sirtori, J. Cryst. Growth 251(2003) 701.
- [Pathe 49] L. Pathe, Notons fondamentales de radiographie médicale, Paris. (1949).
- [Patel 64a] C. N. K. Patel, Phys. Rev. Lett. 12 (1964) 588.
- [Patel 64b] C. N. K. Patel, Phys. Rev. 136 (1964) A1187.
- [Price 81] P. J. Price, Ann. Phys, 133 (1981) 217.
- [Paulavicius 98] G. Paulavicius and V. Mitin, J. Appl. Phys. 84 (1998) 3459.
- [Page 99] H. Page, P. Kruck, S. Barbieri, C. Sirtori, M. Stellmacher, J. Nagle, Electron. Lett.35 (1999) 1848.
- [Page 01] H. Page, C. Becker, A. Robertson, G. Glastre, V. Ortiz, C. Sirtori, Appl. Phys. Lett. 78 (2001) 3529.
- [Pflügl 03] C. Pflügl, W. Schrenk, S. Anders, G. Strasser, C. Becker, C. Sirtori, Y. Bonetti, A. Muller, Appl. Phys. Lett. 83 (2003) 4698.
- [Page 04] H. Page, S. Dhillon, M. Calligaro, C. Becker, V. Ortiz, C. Sirtori, IEEE J. Quantum. Electron. 40 (2004) 665.
- [Rosencher 98] E. Rosencher, B. Vinter, optoélectronique, Edition Masson, Paris. (1998) 558.

- [Rana 02] F. Rana and R. J. Ram, *Phys. Rev B.* 65 (2002) 125313.
- [Roberts 03] J. S. Roberts, R. P. Green, L. R. Wilson, E. A. Zibik, D.G. Revin, J. W. Cockburn, R. J. Airey, *Appl. Phys. Lett.* 82 (2003) 4221.
- [Revin 04] D. G. Revin, L. R. Wilson, E. A. Zibik, R. P. Green, J. W. Cockburn, M. J. Steer, R. J. Airey, M. Hopkinson, *Appl. Phys. Lett.*, 84 (2004) 1447.
- [Saxena 81] A. K. Saxena, *Phys. Rev*, B24 (1981) 3295.
- [Sollner 83] T. C. L. G. Sollner, W. D. Goodhue, P. E. Tannenwald, C. D. Parker, D. D. Peck, *Appl. Phys. Lett.* 43 (1983) 588.
- [Schneider 88] H. Schneider and K.V. Klitzing, *Phys. Rev. B* 38 (1988) 6160.
- [Sun 93] G. Sun and J. Khurgin, *IEEE J. Quantum Electron.* 29 (1993) 1104.
- [Sirtori 95] C. Sirtori, J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, A. L. Hutchinson, A. Y. Cho, *Appl. Phys. Lett.* 66 (1995) 3242.
- [Smet 96] J. H. Smet, C. G. Fonstad, Q. Hu, *J. App. Phys*, 79 (1996) 9305.
- [Slivken 97] S. Slivken, C. Jelen, A. Rybaltovski, J. Diaz, M. Razeghi, *Appl. Phys. Lett.* 71 (1997) 2593.
- [Scarmacio 97] G. Scarmacio, F. Capasso, C. Sirtori, J. Faist, A. L. Hutchinson, D.L. Sivco, A. Y. Cho, *Science*, 276 (1997) 773.
- [Sirtori 98a] C. Sirtori, P. Kruck, S. Barbieri, P. Collot, J. Nagle, M. Beck, J. Faist, U. Oesterle, *Appl. Phys. Lett.* 73 (1998) 3486.
- [Sirtori 98b] C. Sirtori, C. Gmachl, F. Capasso, J. Faist, D. L. Sivco, A. L. Hutchinson, Y. Cho, *Optics Lett.* 23 (1998) 1366.
- [Sirtori 02] C. Sirtori, H. Page, C. Becker, V. Ortiz, *IEEE J. Quantum Electron.* 38 (2002) 547.
- [Soibel 04] A. Soibel, F. Capasso, C. Gmachl, M. L. Peabody, A. M. Sergent, R. Paiella, D. L. Sivco, A. Y. Cho, H. C. Liu, *IEEE J. Quantum Electron.* 40 (2004) 197.
- [Soibel 07] A. Soibel, K. Mansour, Y. Qiu, C. J. Hill, R. Q. Yang, *J. Appl. Phys.* 101 (2007) 093104.
- [Tietjen 66] J. J. Tietjen and J. A. Amick, *J. Electrochemical Soc*, 113 (1966) 724.
- [Tan 90] I. H. Tan, G. L. Snider, L. D. Chang, E.L. Hu, *J. Appl. Phys.* 68 (1990) 407.
- [Tsai 98] C.-Yi. Tsai, C.-Yao. Tsai, C.-H. Chen, T.-L. Sung, T.-Y. Wu, F.-P. Shih, *IEEE J. Quantum. Electron.* 34 (1998) 552.
- [Tredicucci 98] A. Tredicucci, F. Capasso, C. Gmachl, A. L. Hutchinson, D.L. Sivco, A.Y. Cho, *Appl. Phys. Lett.* 73 (1998) 2101.
- [Troccoli 00] M. Troccoli, G. Scarmacion, V. Spagnolo, A. Tredicucci, C. Gmachl, F. Capasso, D. L. Sivco, A. Y. Cho, M. Striccoli, *Appl. Phys. Lett.* 77 (2000) 1088.
- [Tredicucci 00a] A. Tredicucci, C. Gmachl, F. Capasso, A. L. Hutchinson, D.L. Sivco, A. Y. Cho, *Appl. Phys. Lett.* 76 (2000) 2164.

- [Tredicucci 00b] A. Tredicucci, C. Gmachl, M. C. Wanke, F. Capasso, A. L. Hutchinson, D. Sivco, S.-N. G. Chu, A. Y. Cho, *Appl. Phys. Lett.* 77 (2000) 2286.
- [Tomić 00] S. Tomić, M. Tadić, V. Milanović, Z. Ikonić, *J. Appl. Phys.* 87 (2000) 7965.
- [Troccoli 04] M. Troccoli, D. Bour, S. Corzine, G. Höfler, A. Tandon, D. Mars, D.J. Smith, L. Diehl, F. Capasso, *Appl. Phys. Lett.* 85 (2004) 5842.
- [Teissier 04] R. Teissier, D. Barate, A. Vicet, C. Alibert, A. N. Baranov, X. Marcadet, C. Renard, M. Garcia, C. Sirtori, D. Revin, J. Cockburn, *Appl. Phys. Lett.* 85 (2004) 167.
- [Tavish 06] J. M. Tavish, D. Indjin, P. Harrison, *J. Appl. Phys.* 99 (2006) 114505.
- [Terazzi 08] R. Terazzi, T. Gresch, A. Wittmann, J. Faist, *Phys. Rev B.* 78 (2008) 155328.
- [Ulrich 02] J. Ulrich, J. Kreuter, W. Schrenk, G. Strasser, K. Unterrainer, *Appl. Phys. Lett.* 80 (2002) 3691.
- [Unterrainer 02] K. Unterrainer, R. Colombelli, C. Gmachl, F. Capasso, H. Hwang, A. Sergent, D.L. Sivco, A.Y. Cho. *Appl. Phys. Lett.* 80 (2002) 3060.
- [Unuma 03] T. Unuma, M. Yoshita, T. Noda, H. Sakaki, H. Akiyama, *J. Appl. Phys.* 93 (2003) 1586.
- [Verdeyen 95] J. T. Verdeyen, *Laser Electronics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1995).
- [West 85] L. C. West, S. J. Eglash, *Appl. Phys. Lett.* 46 (1985) 1156.
- [Weisbuch 91] C. Weisbuch and B. Vinter, *Quantum semiconductor structures*. Academic Press, San Diego, CA. (1991).
- [Wohlrabe 02] F. Wohlrabe, *Guide pratique de l'infrarouge*, Edition Publitrone-Elektor. (2002).
- [Wang 07] C. Y. Wang, L. Diehl, A. Gordon, C. Jirauschek, F. X. Kärtner, A. Belyanin, D. Bour, S. Corzine, G. Höfler, M. Troccoli, J. Faist, F. Capasso, *Phys. Rev. A* 75 (2007) 031802(R).
- [Wang 08] Q. J. Wang, C. Pflugl, L. Diehl, F. Capasso, S. Furuta, H. Kan, *Electron. Lett.* 44(8) (2008).
- [Wittmann 08a] A. Wittmann, T. Gresch, E. Gini, L. Hvozdar, N. Hoyler, M. Giovannini, J. Faist, *IEEE J. Quantum Electron.* 44 (2008) 36.
- [Wittmann 08b] A. Wittmann, A. Hugi, E. Gini, N. Hoyler, J. Faist, *IEEE J. Quantum. Electron.* 44 (2008) 1083.
- [Xin 97] Z.-J. Xin and H. N. Rutt, *Semicond. Sci. Technol.* 12 (1997) 1129.
- [Yariv 89] A. Yariv, *Quantum electronics*. John Wiley & Sons, New-York, 3rd edition. (1989) 676.
- [Yang 95] R. Q. Yang, *Superlatt. Microstruct.* 17 (1995) 77.
- [Yu 01] P. P. Yu, M. Cardona, *Fundamentals of semiconductors*, Springer-Verlag, Berlin. (2001).
- [Yamanishi 08] M. Yamanishi, T. Edamura, K. Fujita, N. Akikusa, H. Kan, *IEEE J. Quantum. Electron.* 44 (2008) 12.

- [Zhao 99] Y. Zhao, W. Han, J. Song, X. Li, Y. Liu, D. Gao, G. Du, H. Cao, R. P. H. Chang, J. Appl. Phys. 85 (1999) 3945.
- [Zhenguo 05] J. Zhenguo, J. Du, J. Fan, W. Wang, Optical materials, 28 (2005) 415.

Annexes

ANNEXE A

Traitement numérique du système (3.1)

Il est naturel d'essayer une méthode itérative de résolution pour trouver une solution au système d'équations. Nous avons employé à cette fin la méthode de Runge-Kutta qui est particulièrement bien adaptée à la solution numérique d'un système non linéaire.

Soient $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ les solutions du système d'équations différentielles non linéaires [Arbenz]

$$\begin{aligned}\frac{dx(t)}{dt} &= f(x, y, z) \\ \frac{dy(t)}{dt} &= g(x, y, z) \\ \frac{dz(t)}{dt} &= r(x, y, z).\end{aligned}\tag{A.1}$$

où x , y et z sont des fonctions inconnues.

Le problème consiste à approcher numériquement la solution $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ du système (A.1) sur le segment $[t_0, t_n]$, vérifiant des conditions initiales.

$$\begin{aligned}x(t_0) &= x_0 \\ y(t_0) &= y_0 \\ z(t_0) &= z_0\end{aligned}\tag{A.2}$$

Dans cette méthode, on subdivise le segment $[t_0, t_n]$ en \bar{n} intervalle de longueurs $h = (t_n - t_0) / \bar{n}$ limitées par les points $t_i = t_0 + ih, i = 0, 1, \dots, \bar{n}$

La valeur de $\{x_i, y_i, z_i\}$ de la solution approchée du système (A.1) au point t_i étant trouvée, on demande de calculer $\{x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}\}$ au point $t_{i+1} = t_i + h$.

A l'aide des développements de Taylor on a

$$\begin{aligned}
x_{i+1} &= x_i + hx_i^{(1)} + \frac{1}{2!}h^2x_i^{(2)} + \frac{1}{3!}h^3x_i^{(3)} + \frac{1}{4!}h^4x_i^{(4)} + \dots \\
y_{i+1} &= y_i + hy_i^{(1)} + \frac{1}{2!}h^2y_i^{(2)} + \frac{1}{3!}h^3y_i^{(3)} + \frac{1}{4!}h^4y_i^{(4)} + \dots \\
z_{i+1} &= z_i + hz_i^{(1)} + \frac{1}{2!}h^2z_i^{(2)} + \frac{1}{3!}h^3z_i^{(3)} + \frac{1}{4!}h^4z_i^{(4)} + \dots
\end{aligned} \tag{A.3}$$

Du système (A.1) nous tirons

$$\begin{aligned}
x^{(1)} &= f(x, y, z) / x_i, y_i, z_i \\
y^{(1)} &= g(x, y, z) / x_i, y_i, z_i \\
g^{(1)} &= r(x, y, z) / x_i, y_i, z_i
\end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned}
x^{(2)} &= \frac{\partial f}{\partial x}x^{(1)} + \frac{\partial f}{\partial y}y^{(1)} + \frac{\partial f}{\partial z}z^{(1)} / x_i, y_i, z_i \\
y^{(2)} &= \frac{\partial g}{\partial x}x^{(1)} + \frac{\partial g}{\partial y}y^{(1)} + \frac{\partial g}{\partial z}z^{(1)} / x_i, y_i, z_i \\
z^{(2)} &= \frac{\partial r}{\partial x}x^{(1)} + \frac{\partial r}{\partial y}y^{(1)} + \frac{\partial r}{\partial z}z^{(1)} / x_i, y_i, z_i.
\end{aligned} \tag{A.5}$$

De la même manière nous trouvons $x^{(3)}$, $y^{(3)}$, $z^{(3)}$ et $x^{(4)}$, $y^{(4)}$, $z^{(4)}$

En substituant ces expressions dans le système (A.3), on trouve $x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}$ exprimés en fonction de f_i, g_i, r_i des dérivés partielles de f_i, g_i, r_i , jusqu'au troisième ordre inclus et des puissances en h jusqu'au h^4 inclus.

Ainsi on obtient l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4.

$$\begin{aligned}
x_{i+1} &= x_i + \frac{1}{2}h(f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4) \\
y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{2}h(g_1 + 2g_2 + 2g_3 + g_4) \\
z_{i+1} &= z_i + \frac{1}{2}h(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4).
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Où

$$f_1 = f(x_i, y_i, z_i)$$

$$g_1 = g(x_i, y_i, z_i)$$

$$r_1 = r(x_i, y_i, z_i)$$

$$f_2 = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hf_1, y_i + \frac{1}{2}hg_1, z_i + \frac{1}{2}hr_1\right)$$

$$g_2 = g\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hf_1, y_i + \frac{1}{2}hg_1, z_i + \frac{1}{2}hr_1\right)$$

$$r_2 = r\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hf_1, y_i + \frac{1}{2}hg_1, z_i + \frac{1}{2}hr_1\right).$$

$$f_3 = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hf_2, y_i + \frac{1}{2}hg_2, z_i + \frac{1}{2}hr_2\right)$$

$$g_3 = g\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hf_2, y_i + \frac{1}{2}hg_2, z_i + \frac{1}{2}hr_2\right)$$

$$r_3 = r\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hf_2, y_i + \frac{1}{2}hg_2, z_i + \frac{1}{2}hr_2\right).$$

$$f_4 = f(t_i + h, x_i + hf_3, y_i + hg_3, z_i + hr_3)$$

$$g_4 = g(t_i + h, x_i + hf_3, y_i + hg_3, z_i + hr_3)$$

$$r_4 = r(t_i + h, x_i + hf_3, y_i + hg_3, z_i + hr_3). \tag{A.7}$$

¹ [Arbenz] K. Arbenz, A. Wohlhauser, Analyse numérique, Office des Publications Universitaires (1988) 84.

ANNEXE B

Traitement numérique de l'équation (3.69)

Nous adoptons une méthode itérative de résolution pour trouver une solution à l'équation (3.69) et nous employons à ce but la méthode de Newton [Démidovitch 87].

Soit l'équation

$$f(t_{th}) = \frac{\xi_1 \exp\left(-\frac{t_{th}}{\tau_3}\right) - \xi_2 \exp\left(-\frac{t_{th}}{\tau_{21}}\right)}{\xi_1 - \xi_2} - \left(1 - \frac{J_{th}}{J}\right) = 0 \quad (\text{B.1})$$

où

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 1 + \tau_{21} \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \frac{1}{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} - 1} \\ \xi_2 &= \tau_{21} \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \frac{\tau_{21}}{\tau_3} \frac{1}{\frac{\tau_{21}}{\tau_3} - 1} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

L'équation (B.1) présente plusieurs racines réelles. Pour résoudre cette équation, nous utilisons la méthode de Newton.

Le problème consiste à chercher t_{th} tel que $f(t_{th}) = 0$. On appelle t_{th}^* la solution telle que $f(t_{th}^*) = 0$

Il faut déterminer une suite $t_{th,n}$ telle que $t_{th,n} \rightarrow t_{th}^*$.

Etant donné un $t_{th,0}$ de départ, nous faisons un développement limité de $f(t_{th})$ au voisinage de $t_{th,0}$:

$$f(t_{th}) = f(t_{th,0}) + (t_{th} - t_{th,0})f'(t_{th,0}) \quad (\text{B.3})$$

et

$$f(t_{th}^*) = 0 = f(t_{th,0}) + (t_{th}^* - t_{th,0})f'(t_{th,0}) \quad (\text{B.4})$$

Nous choisissons $t_{th,1}$ telle que $t_{th,1}$ soit une solution approchée, c'est-à-dire qu'elle annule les premiers termes du développement : $0 = f(t_{th,0}) + (t_{th,1} - t_{th,0})f'(t_{th,0})$ qui donne :

$$t_{th,1} = t_{th,0} - \frac{f(t_{th,0})}{f'(t_{th,0})} \quad (\text{B.5})$$

D'où la suite

$$t_{th,n+1} = t_{th,n} - \frac{f(t_{th,n})}{f'(t_{th,n})} \quad (\text{B.6})$$

Quelle que soit t_{th}^* telle que

$$\begin{cases} f'(t_{th}^*) \neq 0 \\ f(t_{th}^*) = 0 \end{cases} \quad \text{Il existe alors un voisinage } V(t_{th}^*) \text{ telle que :}$$

Quelle que soit $t_{th}^* \in V(t_{th}^*)$, la suite $t_{th,n}$ définie par la relation (B.6) tend vers t_{th}^* .

Dans notre problème, la racine doit être positive et la valeur de départ $t_{th,0}$ est obtenue graphiquement.

[Démidocitch 87] B. Démidocitch, I. Maron, *Éléments de calcul numérique*, Editions Mir. Moscou. (1987) 717.

**Autre étude en relation avec les lasers à CQ non
présentée dans cette thèse**

Calcul des niveaux d'énergie et des fonctions enveloppes d'un système à trois puits quantiques couplés asymétrique

Considérons un système asymétrique à trois puits quantiques d'épaisseurs L_1 , L_2 et L_3 avec des barrières a_1 et a_2 (figure 1). Dans le formalisme des fonctions enveloppes ou l'approximation de la masse effective, l'énergie des niveaux et les fonctions enveloppes sont déterminés en résolvant l'équation de Schrödinger qui s'écrit, si z est l'axe de quantification (perpendiculaire au plan des couches du puits quantique)

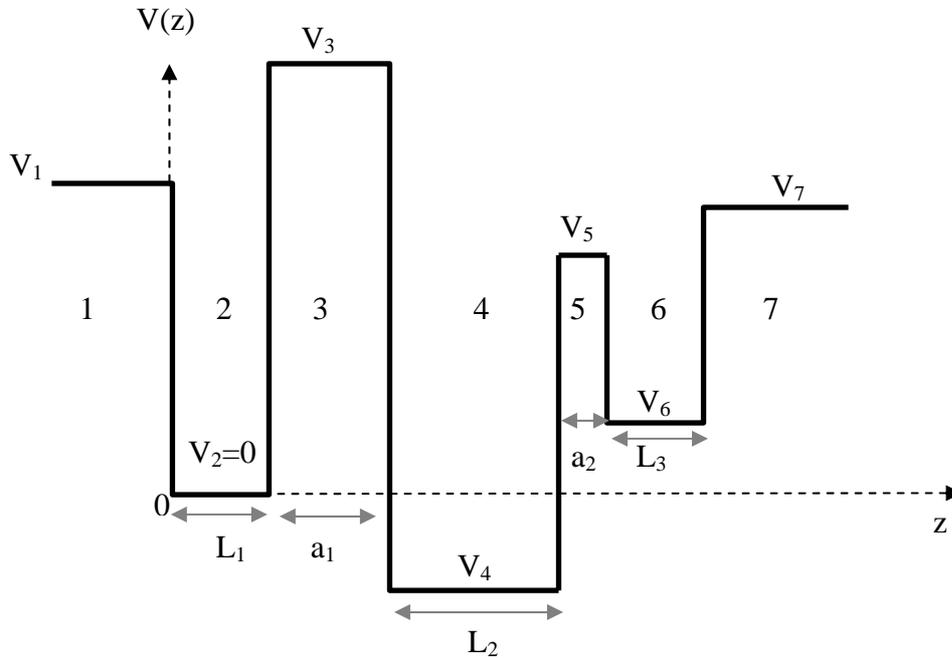


Figure 1: Représentation schématique d'un système à trois puits quantique couplés asymétrique.

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{m^*(z)} \frac{d\chi_i}{dz} \right) + V(z)\chi_i(z) = E\chi_i, \quad (1)$$

où $m^*(z)$ désigne la masse effective des électrons, $\hbar = h/2\pi$, h étant la constante de Planck, $\chi_i(z)$ la fonction enveloppe des électrons dans la région i , E l'énergie du niveau et $V(z)$ le potentiel de confinement suivant l'axe z .

Calcul des niveaux d'énergie et des fonctions enveloppes d'un système à trois puits quantiques asymétrique

Pour des raisons de commodités, l'origine des énergies sera prise au fond du puits.

Nous appellerons le matériau à grande bande interdite: matériau barrière et le matériau à petite bande interdite: matériau puits. Si on considère que dans chaque matériau, la masse effective est constante, l'équation 1 devient une simple équation de propagation. Les solutions dans les puits et dans les barrières sont des combinaisons linéaires de fonctions exponentielles:

$$\begin{aligned}
 \chi_1(z) &= A_1 e^{k_1 z} + B_1 e^{-k_1 z} & z < 0 \\
 \chi_2(z) &= A_2 e^{ik_2 z} + B_2 e^{-ik_2 z} & 0 < z < L_1 \\
 \chi_3(z) &= A_3 e^{k_3 z} + B_3 e^{-k_3 z} & L_1 < z < a_1 + L_1 \\
 \chi_4(z) &= A_4 e^{k_4 z} + B_4 e^{-k_4 z} & a_1 + L_1 < z < a_1 + L_1 + L_2 \\
 \chi_5(z) &= A_5 e^{k_5 z} + B_5 e^{-k_5 z} & a_1 + L_1 + L_2 < z < a_1 + a_2 + L_1 + L_2 \\
 \chi_6(z) &= A_6 e^{k_6 z} + B_6 e^{-k_6 z} & a_1 + a_2 + L_1 + L_2 < z < a_1 + a_2 + L_1 + L_2 + L_3 \\
 \chi_7(z) &= A_7 e^{k_7 z} + B_7 e^{-k_7 z} & z > a_1 + a_2 + L_1 + L_2 + L_3
 \end{aligned} \tag{2}$$

où A_i et B_i sont des constantes complexes. Les vecteurs d'onde k_i sont donnés en fonction de l'énergie E et de la masse effective des électrons dans chaque zone par:

$$k_i = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_i^* (V_i - E)} \tag{3}$$

Dans les zones 1 et 7, les fonctions doivent être évanescentes, donc les coefficients B_1 et A_7 sont nuls. Pour $i = 1, 7$, m_i^* sont les masses effectives dans les barrières et dans les puits.

Les conditions de raccordement [Bastard 81]

$$\chi_i(z) = \chi_{i+1}(z)$$

$$\frac{1}{m_i^*} \frac{d\chi_i(z)}{dz} = \frac{1}{m_{i+1}^*} \frac{d\chi_{i+1}(z)}{dz}, \quad i = 1, \dots, 7 \tag{4}$$

permettent d'écrire le système d'équations suivant:

$$\begin{aligned}
 A_1 e^{-k_1(a_1+L_1)} &= A_2 e^{-ik_2(a_1+L_1)} + B_2 e^{ik_2(a_1+L_1)} \\
 \frac{k_1}{m_1^*} A_1 e^{-k_1(a_1+L_1)} &= \frac{ik_2}{m_2^*} (A_2 e^{-ik_2(a_1+L_1)} - B_2 e^{ik_2(a_1+L_1)}) \\
 A_2 e^{-ik_2 a_1} + B_2 e^{ik_2 a_1} &= A_3 e^{-k_3 a_1} + B_3 e^{k_3 a_1} \\
 \frac{ik_2}{m_2^*} (A_2 e^{-ik_2 a_1} - B_2 e^{ik_2 a_1}) &= \frac{k_3}{m_3^*} (A_3 e^{-k_3 a_1} - B_3 e^{k_3 a_1}) \\
 A_3 + B_3 &= A_4 + B_4 \\
 \frac{k_3}{m_3^*} (A_3 - B_3) &= \frac{k_4}{m_4^*} (A_4 - B_4) \\
 A_4 e^{k_4 L_2} + B_4 e^{-k_4 L_2} &= A_5 e^{k_5 L_2} + B_5 e^{-k_5 L_2} \\
 \frac{k_4}{m_4^*} (A_4 e^{k_4 L_2} - B_4 e^{-k_4 L_2}) &= \frac{k_5}{m_5^*} (A_5 e^{k_5 L_2} - B_5 e^{-k_5 L_2}) \\
 A_5 e^{k_5(a_2+L_2)} + B_5 e^{-k_5(a_2+L_2)} &= A_6 e^{k_6(a_2+L_1)} + B_6 e^{-k_6(a_2+L_2)} \\
 \frac{k_5}{m_5^*} (A_5 e^{k_5(a_2+L_2)} - B_5 e^{-k_5(a_2+L_2)}) &= \frac{k_6}{m_6^*} (A_6 e^{k_6(a_2+L_2)} - B_6 e^{-k_6(a_2+L_2)}) \\
 A_6 e^{k_6(a_2+L_2+L_3)} + B_6 e^{-k_6(a_2+L_2+L_3)} &= B_7 e^{-k_7(a_2+L_2+L_3)} \\
 \frac{k_6}{m_6^*} (A_6 e^{k_6(a_2+L_2+L_3)} - B_6 e^{-k_6(a_2+L_2+L_3)}) &= \frac{-k_7}{m_7^*} B_7 e^{-k_7(a_2+L_2+L_3)} \tag{5}
 \end{aligned}$$

Nous avons un système de 12 équations, et les coefficients ne sont tous différents de zéro que si le déterminant de la matrice associée à ce système est nul.

Calcul des niveaux d'énergie et des fonctions enveloppes d'un système à trois puits quantiques asymétrique

$$\left(\begin{array}{cccccc} e^{-k_1(a_1+L_1)} & -e^{-ik_2(a_1+L_1)} & e^{ik_2(a_1+L_1)} & 0 & 0 & 0 \\ k_1 e^{-k_1(a_1+L_1)} & -ik_2 e^{-ik_2(a_1+L_1)} & ik_2 e^{ik_2(a_1+L_1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-ik_2 a_1} & e^{ik_2 a_1} & -e^{-k_3 a_1} & -e^{k_3 a_1} & 0 \\ 0 & ik_2 e^{-ik_2 a_1} & -ik_2 e^{ik_2 a_1} & -k_3 e^{-k_3 a_1} & k_3 e^{-k_3 a_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & k_3 & -k_3 & -k_4 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \left. \begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{k_4 L_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_4 e^{k_4 L_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cccccc} e^{-k_4 L_2} & -e^{k_5 L_2} & -e^{-k_5 L_2} & 0 & 0 & 0 \\ -k_4 e^{-k_4 L_2} & -k_5 e^{k_5 L_2} & k_5 e^{-k_5 L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{k_5(a_2+L_2)} & e^{-k_5(a_2+L_2)} & -e^{k_6(a_2+L_2)} & e^{-k_6(a_2+L_2)} & 0 \\ 0 & k_5 e^{k_5(a_2+L_2)} & -k_5 e^{-k_5(a_2+L_2)} & -k_6 e^{k_6(a_2+L_2)} & k_6 e^{-k_6(a_2+L_2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{k_6(a_2+L_2+L_3)} & e^{-k_6(a_2+L_2+L_3)} & -e^{-k_7(a_2+L_2+L_3)} \\ 0 & 0 & 0 & k_6 e^{k_6(a_2+L_2+L_3)} & -k_6 e^{-k_6(a_2+L_2+L_3)} & k_7 e^{-k_7(a_2+L_2+L_3)} \end{array} \right)$$

(6)

Calcul des niveaux d'énergie et des fonctions enveloppes d'un système à trois puits quantiques asymétrique

Les états confinés sont déterminés en étudiant les zéros du déterminant en fonction de l'énergie. Un calcul fastidieux montre que ce déterminant prend, pour le cas d'un système symétrique de trois puits quantiques de masses effectives identiques dans le puits et dans la barrière, la forme suivante

$$\begin{aligned}
& \zeta_1 \sinh(k_b a_1) \sinh(k_b a_2) \sin(k_w L_1) \sin(k_w L_2) \sin(k_w L_3) + \\
& + \zeta_2 \left[\sinh(k_b a_1) \cosh(k_b a_2) \sin(k_w L_1) \sin((L_2 + L_3)k_w) + \sinh(k_b a_1) \sinh(k_b a_2) \sin(k_w L_2) \sin((L_1 + L_3)k_w) + \right. \\
& + \left. \cosh(k_b a_1) \sinh(k_b a_2) \sin(k_w L_3) \sin((L_1 + L_2)k_w) \right] + \\
& + \zeta_3 \left[\sinh(k_b a_1) \sinh(k_b a_2) \sin(k_w L_1) \cos(k_w L_2) \cos(k_w L_3) + \sinh(k_b a_1) \sinh(k_b a_2) \cos(k_w L_1) \sin((L_2 + L_3)k_w) + \right. \\
& + \left. \cosh(k_b a_1) \cosh(k_b a_2) \sin((L_1 + L_2 + L_3)k_w) + \sinh((a_1 + a_2)k_b) \sin((L_1 + L_2 + L_3)k_w) \right] + \\
& + \zeta_4 \left[\cosh(k_b a_1) \cosh(k_b a_2) \cos((L_1 + L_2 + L_3)k_w) + \sinh(k_b a_1) \cosh(k_b a_2) \cos(k_w L_1) \cos((L_2 + L_3)k_w) + \right. \\
& + \left. \sinh(k_b a_1) \sinh(k_b a_2) \cos(k_w L_2) \cos((L_1 + L_3)k_w) + \cosh(k_b a_1) \sinh(k_b a_2) \cos(k_w L_3) \cos((L_1 + L_2)k_w) \right] = 0
\end{aligned} \tag{7}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
\zeta_1 &= \left(\frac{k_b}{m^*} \right)^6 - \left(\frac{k_w}{m^*} \right)^6 \\
\zeta_2 &= k_b k_w^5 + k_w k_b^5 \\
\zeta_3 &= k_b^4 k_w^2 - k_w^4 k_b^2 \\
\zeta_4 &= 2(k_b k_w)^3 \\
k_b &= \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^* (V_b - E)} \\
k_w &= \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^* E}
\end{aligned} \tag{8}$$

k_b et k_w sont les vecteurs d'onde dans la barrière et dans le puits.

Les racines de cette équation sont les niveaux discrets d'énergie dans le système. En pratique, la résolution de cette équation ne peut être envisagée que numériquement.

Les coefficients A_i et B_i sont déterminés en posant $A_1=1$ et en déduisant tous les autres à partir des conditions de raccordement aux interfaces une fois l'énergie de confinement trouvée.

$$\begin{aligned}
 \chi_1(z) &= \frac{1}{\sqrt{I}} e^{k_b z} \\
 \chi_2(z) &= \frac{A_2}{\sqrt{I}} e^{ik_w z} + \frac{B_2}{\sqrt{I}} e^{-ik_w z} \\
 \chi_3(z) &= \frac{A_3}{\sqrt{I}} e^{k_b z} + \frac{B_3}{\sqrt{I}} e^{-k_b z} \\
 \chi_4(z) &= \frac{A_4}{\sqrt{I}} e^{k_w z} + \frac{B_4}{\sqrt{I}} e^{-k_w z} \\
 \chi_5(z) &= \frac{A_5}{\sqrt{I}} e^{k_b z} + \frac{B_5}{\sqrt{I}} e^{-k_b z} \\
 \chi_6(z) &= \frac{A_6}{\sqrt{I}} e^{k_w z} + \frac{B_6}{\sqrt{I}} e^{-k_w z} \\
 \chi_7(z) &= \frac{B_7}{\sqrt{I}} e^{-k_b z}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Où

$$\begin{aligned}
 A_2 &= \frac{1}{2} \left(1 - i \frac{k_b}{k_w}\right) \\
 B_2 &= \frac{1}{2} \left(1 + i \frac{k_b}{k_w}\right) \\
 A_3 &= \frac{1}{2} e^{-k_b L_1} \left[\left(1 + i \frac{k_w}{k_b}\right) A_2 e^{ik_w L_1} + \left(1 - i \frac{k_w}{k_b}\right) B_2 e^{-ik_w L_1} \right] \\
 B_3 &= \frac{1}{2} e^{k_b L_1} \left[\left(1 - i \frac{k_w}{k_b}\right) A_2 e^{ik_w L_1} + \left(1 + i \frac{k_w}{k_b}\right) B_2 e^{-ik_w L_1} \right] \\
 A_4 &= \frac{1}{2} e^{-k_w(a_1+L_1)} \left[\left(1 + \frac{k_b}{k_w}\right) A_3 e^{k_b(a_1+L_1)} + \left(1 - \frac{k_b}{k_w}\right) B_3 e^{-k_b(a_1+L_1)} \right] \\
 B_4 &= \frac{1}{2} e^{k_w(a_1+L_1)} \left[\left(1 - \frac{k_b}{k_w}\right) A_3 e^{k_b(a_1+L_1)} + \left(1 + \frac{k_b}{k_w}\right) B_3 e^{-k_b(a_1+L_1)} \right]
 \end{aligned}$$

Calcul des niveaux d'énergie et des fonctions enveloppes d'un système à trois puits quantiques asymétrique

$$\begin{aligned}
 A_5 &= \frac{1}{2} e^{-k_b(a_1+L_1+L_2)} \left[\left(1 + \frac{k_w}{k_b}\right) A_4 e^{k_w(a_1+L_1+L_2)} + \left(1 - \frac{k_w}{k_b}\right) B_4 e^{-k_w(a_1+L_1+L_2)} \right] \\
 B_5 &= \frac{1}{2} e^{k_b(a_1+L_1+L_2)} \left[\left(1 - \frac{k_w}{k_b}\right) A_4 e^{k_w(a_1+L_1+L_2)} + \left(1 + \frac{k_w}{k_b}\right) B_4 e^{-k_w(a_1+L_1+L_2)} \right] \\
 A_6 &= \frac{1}{2} e^{-k_w(a_1+a_2+L_1+L_2)} \left[\left(1 + \frac{k_b}{k_w}\right) A_5 e^{k_b(a_1+a_2+L_1+L_2)} + \left(1 - \frac{k_b}{k_w}\right) B_5 e^{-k_b(a_1+a_2+L_1+L_2)} \right] \\
 B_6 &= \frac{1}{2} e^{k_w(a_1+a_2+L_1+L_2)} \left[\left(1 - \frac{k_b}{k_w}\right) A_5 e^{k_b(a_1+a_2+L_1+L_2)} + \left(1 + \frac{k_b}{k_w}\right) B_5 e^{-k_b(a_1+a_2+L_1+L_2)} \right] \\
 B_7 &= e^{k_b(a_1+a_2+L_1+L_2+L_3)} \left[A_6 e^{k_w(a_1+a_2+L_1+L_2+L_3)} + B_6 e^{-k_w(a_1+a_2+L_1+L_2+L_3)} \right] \tag{10}
 \end{aligned}$$

I étant choisie de manière à normer les fonctions enveloppes

$$I = \sum_{i=1}^7 \int_{\sigma} \chi_i^2(z) dz \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 I &= \int_{-\infty}^0 A_1^2 e^{2k_b z} dz + \int_0^{L_1} (A_2 e^{ik_w z} + B_2 e^{-ik_w z})^2 dz + \int_{L_1}^{a_1+L_1} (A_3 e^{k_b z} + B_3 e^{-k_b z})^2 dz + \\
 &+ \int_{a_1+L_1}^{a_1+L_1+L_2} (A_4 e^{k_w z} + B_4 e^{-k_w z})^2 dz + \int_{a_1+L_1+L_2}^{a_1+a_2+L_1+L_2} (A_5 e^{k_b z} + B_5 e^{-k_b z})^2 dz + \\
 &+ \int_{a_1+a_2+L_1+L_2}^{a_1+a_2+L_1+L_2+L_3} (A_6 e^{k_w z} + B_6 e^{-k_w z})^2 dz + \int_{a_1+a_2+L_1+L_2+L_3}^{+\infty} B_7^2 e^{-2k_b z} dz. \tag{12}
 \end{aligned}$$

Pour illustrer la modélisation, nous avons choisi un système symétrique de trois puits quantique GaAs d'épaisseur 7.8, 3.9 et 4 nm et de masses effectives $m^* = 0.067m_0$ avec des barrières de $\text{Al}_{0.24}\text{Ga}_{0.76}\text{As}$ d'épaisseur 3.5 et 2.1 nm et de masses effectives $m^* = 0.067m_0$

Calcul des niveaux d'énergie et des fonctions enveloppes d'un système à trois puits quantiques asymétrique

[Kelsall 02]. Le potentiel de confinement du système $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ est égal $V_b=0.6(1.425x-0.9x^2+1.1x^3)$ eV.

Grâce à l'équation (7) et le système (8), nous calculons les positions des différents niveaux et les différentes fonctions enveloppes. La figure 2 représente schématiquement, les positions et les fonctions enveloppes des niveaux dans le système. On retrouve les mêmes valeurs des niveaux d'énergie et les mêmes formes pour les fonctions enveloppes que celles de la référence [Kelsall 02].

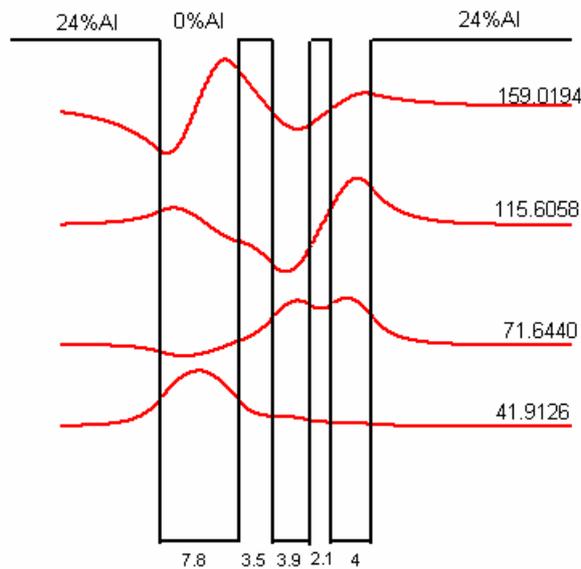


Figure 2: Représentation schématique des niveaux électroniques dans un système à trois puits quantiques couplés.

[[Bastard 81] G. Bastard, Phys. Rev. B 24 (1981) 5693.

[Kelsall 02] P. Kinsler, R. W. Kelsall and P. Harrison, J. Appl. Phys. 91 (2002) 904.

Liste des publications

1. **A. Hamadou**, J.-L. Thobel, S. Lamari, “modelling of temperature effects on the characteristics of mid-infrared quantum cascade laser”, *Opt. Commun.* 281(2008) 5385.
2. **A. Hamadou**, S. Lamari, J.-L. Thobel, “Dynamic modeling of a midinfrared quantum cascade laser”, *J. App. Phys.* 105(2009) 093116.

Communications internationales

1. **A. Hamadou**, S. Lamari, « Effets de la température sur les performances optiques des lasers à cascade quantique émettant dans le moyen infrarouge ». International Conference on Optics, ICO2008, 08-10 November 2008, Sétif. Algeria.

Communication nationale

- 1- **A. Hamadou**, S. Lamari « Calcul du spectre du gain optique d'un laser à cascade quantique à base de matériaux semi-conducteurs », 1^{ère} Conférence Nationale de Mécanique et d'Industrie, CNMI, 29-30 Novembre 2005, Mostaganem, Algérie.

Glossaire

Constantes fondamentales :

Constante de Planck réduite (constante de Dirac) : $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05450 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Célérité de la lumière dans la vide : $c = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Charge du proton: $e = 1,602177 \times 10^{-19} \text{ C}$

Permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = 8,854187821 \times 10^{-12} \text{ A}^2.\text{s}^4.\text{kg}^{-1}.\text{m}^{-3}$

Constante de Boltzmann : $k_B = 1.38054 \times 10^{-23} \text{ J. (}^\circ\text{K)}$

Masse au repos de l'électron : $m_0 = 9.1091 \times 10^{-31} \text{ Kg}$

Résumé :

Le travail présenté dans cette thèse porte sur la modélisation thermique et dynamique des lasers à cascades quantiques émettant dans l'infrarouge moyen. La dégradation avec la température des performances des lasers à cascades quantiques provient premièrement de la diminution de la durée de vie du niveau supérieur de la transition laser due à l'augmentation du nombre de phonons optiques et aux fuites des électrons par effet thermo-ionique, et deuxièmement, par l'augmentation du terme d'élargissement. L'influence de chacune d'elles sur la dégradation des performances du laser à cascade quantique est évaluée au moyen d'un modèle simple basé sur les équations du bilan. Le modèle développé rend compte des résultats expérimentaux de façon satisfaisante. Nous montrons ensuite théoriquement que le modèle proposé conduit aux expressions analytiques permettant de calculer le temps d'amorçage d'oscillation laser et le temps de retard. Concernant la dynamique des lasers à cascades quantiques, nos résultats, similaire globalement avec ceux de la littérature existante, ont mis en évidence le rôle prépondérant du courant d'injection sur la variation temporelle des populations d'électrons et de photons.

Mots-clés :

Laser à cascade quantique, équations du bilan, modélisation thermique, modélisation dynamique, effets thermo-ionique, gain modal, puissance émise, temps d'amorçage, temps de retard.

Abstract:

The work reported in this thesis is devoted to the thermal and dynamics modeling of mid-infrared quantum cascade lasers. The adverse effect of temperature on the performances of quantum cascade lasers arises firstly from the reduction of population in the upper laser level due to the nonradiative relaxation and the escape of electrons by thermionic emission effect, and secondly, by the increase of the broadening term. Our simple model of rate equations relates the degradation of the performances of the quantum cascade laser to the contribution of these sources. The model here developed gives a good agreement with the available experimental results. Then, we show theoretically how the proposed model leads to the analytical expressions permitting the calculation the turn-on and delay times. Concerning the quantum cascade laser dynamics, our results agree with the existing ones found in the published literature and clearly demonstrate the importance of the current injection effect on the temporal variation of the electron and photons populations.

Keywords:

Quantum cascade laser, rate equations, thermal modeling, dynamical modeling, thermionic effect, modal gain, output power, turn-on delay time, delay time.

ملخص:

إن العمل الذي عرض في هذه الرسالة يركز على النمذجة الحرارية و الديناميكية لنوع من ليزر أنصاف النواقل ، ليزر تعاقب الكم ، و الذي يولد حزمة ضوئية في منطقة تحت الحمراء المتوسطة.

إن تدهور ليزارات تعاقب الكم نظرا لفعال العامل الحراري يأتي أولا من نقص في عمر سوية الطاقة الأعلى لليزر بسبب عدد الفونونات البصرية و هروب الإلكترونات من سوية الطاقة الأعلى لليزر بفعل التأثير الايو- حراري ، و ثانيا ، في زيادة في عرض الطيف الطبيعي بفعل عدد المتزايد من الفونونات البصرية. إن أثر كل منها على تدهور الأداء الجيد لهذا النوع من الليزارات نقيمها باستخدام نموذج بسيط لمعادلات السرعة.

بعد ذلك ، إن الدراسة النظرية تبين أن النموذج المقترح يؤدي إلى عبارات تحليلية لحساب زمن العتبة و زمن التأخير المتمثل في زمن إصدار عشر عدد الفوتونات المستقرة لليزر.

فيما يتعلق بديناميكية الليزر ، النتائج التي توصلنا إليها ، في اتفاق مشابه مع نتائج المقالات العلمية الموجودة ، تدل بوضوح على أهمية الضخ الكهربائي على التغير الزمني لعدد الإلكترونات و الفوتونات.

مفاتيح الكلمات:

-

.